

## OPIS PROBLEMU

**Temat:** "Wykonać symulację piłki zbudowanej z sieci punktów materialnych. W symulacji uwzględnić ciśnienie powietrza wewnątrz piłki (zależy jedynie od objętości piłki), które rozpycha punkty na zewnątrz i równoważy siłę ciężenia."

Takiego rodzaju piłka to de facto sfera, na której rozłożone są punkty, na których przeprowadza się symulację. Punkty te są ze sobą połączone (ale tylko z najbliższymi sąsiadami) za pomocą więzów o pewnej ograniczonej sprężystości. W czasie symulacji taka piłka powinna się odkształcać (tracić kształt idealnej sfery) ze względu na siły działające na punkty, z których się składa. Siły, które na nie działają to:

- Siła grawitacji – skierowana prostopadle z dół, której wektor wychodzi od każdego punktu osobno,
- Siła rozporu powietrza – czyli ciśnienie wewnętrzne, które działa na każdy punkt, we wszystkich kierunkach od wewnątrz,
- Siła sprężystości - wynikająca z wiązania między sąsiadującymi ze sobą punktami.

## RÓWNANIA

Symulacja ruchu punktów materialnych w przestrzeni jest zagadnieniem związanym z równaniami ruchu Newtona. Aby móc obliczać kolejne położenia punktów materialnych w przestrzeni należy przeprowadzać całkowanie tych równań. Całkowanie analityczne, oczywiście, w tym wypadku jest skrajnie niepraktyczne, dlatego wykorzystuje się w tym celu numeryczne metody całkowania równań ruchu, takie jak metoda Eulera, metoda Verleta (różne warianty np. szybkościowy lub klasyczny) czy też metoda Runge-Kutty (różnych stopni).

**Równania ruchu Newtona:**

$$m \ddot{\vec{r}}(t) = \vec{F}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t)$$

**Metoda Eulera (w wersji podstawowej):**

$$\vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + \Delta t \vec{v}(t + \Delta t)$$

**Metoda Verleta:**

$$\vec{r}(t + \Delta t) \approx -\vec{r}(t - \Delta t) + 2\vec{r}(t) + \dot{\vec{r}}(t) \Delta t^2$$

Wiązania między punktami symulowane są tzw. *prawem Hooke'a*, czyli wzorem na *siłę sprężystości dla odkształceń liniowych*:

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}$$

## IMPLEMENTACJA

Projekt zaliczeniowy został zrealizowany na silniku Unity, w środowisku Windows.

Generowanie modelu piłki odbywa się poprzez obliczenie współrzędnych, korzystając z losowego rozkładu punktów na sferze. Następnie, dla każdego punktu, rozpoznawane są punkty z nim sąsiadujące i tworzone jest połączenie między nimi.

Te zadania realizują klasy CreateSphere oraz SphericalPointsDistribution.

Klasa MaterialPointController stanowi pomost między implementacją fizyki symulacji i zarządzaniem obiektami silnika Unity.

Klasa MaterialPointPhysics implementuje numeryczne metody całkowania równań ruchu. Wykorzystywane są one do obliczania współrzędnych punktów materialnych piłki w kolejnych krokach czasowych. Główną wykorzystywaną metodą jest metoda Verleta, ale jako, że potrzebuje ona przynajmniej położenia z dwóch kroków czasowych, to pierwszy krok obliczany jest metodą Eulera. Klasa ta implementuje również prawo Hooke'a odpowiedzialne za obliczanie odkształceń więzów łączących sąsiednie punkty.

## OMÓWIENIE WYNIKÓW

Piłka, która jest przedmiotem symulacji, po uruchomieniu symulacji zaczyna podlegać prawu ciężenia co jest uwidocznione jej opadnięciem na podłoże. Górna część piłki odkształca się pod wpływem siły grawitacji w znacznym stopniu. Nie zapada się jednak całkowicie, ponieważ ciśnienie wewnętrzne rekompensuje to odkształcenie działając od wewnątrz na punkty materialne siatki.