Sztuczna Inteligencja
3.3 Szukanie heurystyczne II

Włodzisław Duch
Katedra Informatyki Stosowanej UMK
Google: Włodzisław Duch

B&B, rozgałęziaj i ograniczaj.

Wybierz na każdym kroku *m* najlepszych węzłów,
rozwijaj dopóki wystarczy pamięci
(beam search, szukanie wiązką).

Utwórz listę składającą się z korzenia
Dopóki lista nie jest pusta lub nie osiągnięto węzła celu:

Znajdź *m* węzłów dla których $f(n_m)$ = minimalne
rozwiń je tworząc wszystkie węzły potomne
jeśli któryś z nich jest celem zakończ
dla każdego węzła potomnego *n'*:
oceń węzeł funkcją $f(n')$
usuń powtórki
Wybierz *m* najlepszych węzłów.

Algorytmy minimalizacyjne

- Meta-heurystyki na przeszukiwanie globalne całej przestrzeni.
- Najłatwiej je stosować gdy każdy stan można ocenić niezależnie od drogi dojścia do tego stanu.
- Mogą być kosztowne ale dla dużych przestrzeni poszukiwań pełne przeszukiwanie jest znacznie bardziej kosztowne.
- Mogą nie być optymalne ale zwykle znajdują niezłe rozwiązania.
- Oparte są na metodach globalnej minimalizacji funkcji (heurystycznej) $f(s)$, gdzie s to zbiór parametrów.

Jest wiele metod globalnej minimalizacji, np. opisanych tu:

Duch, Korczak: Optimization and global minimization methods suitable for neural networks.

Algorytm wspinaczki

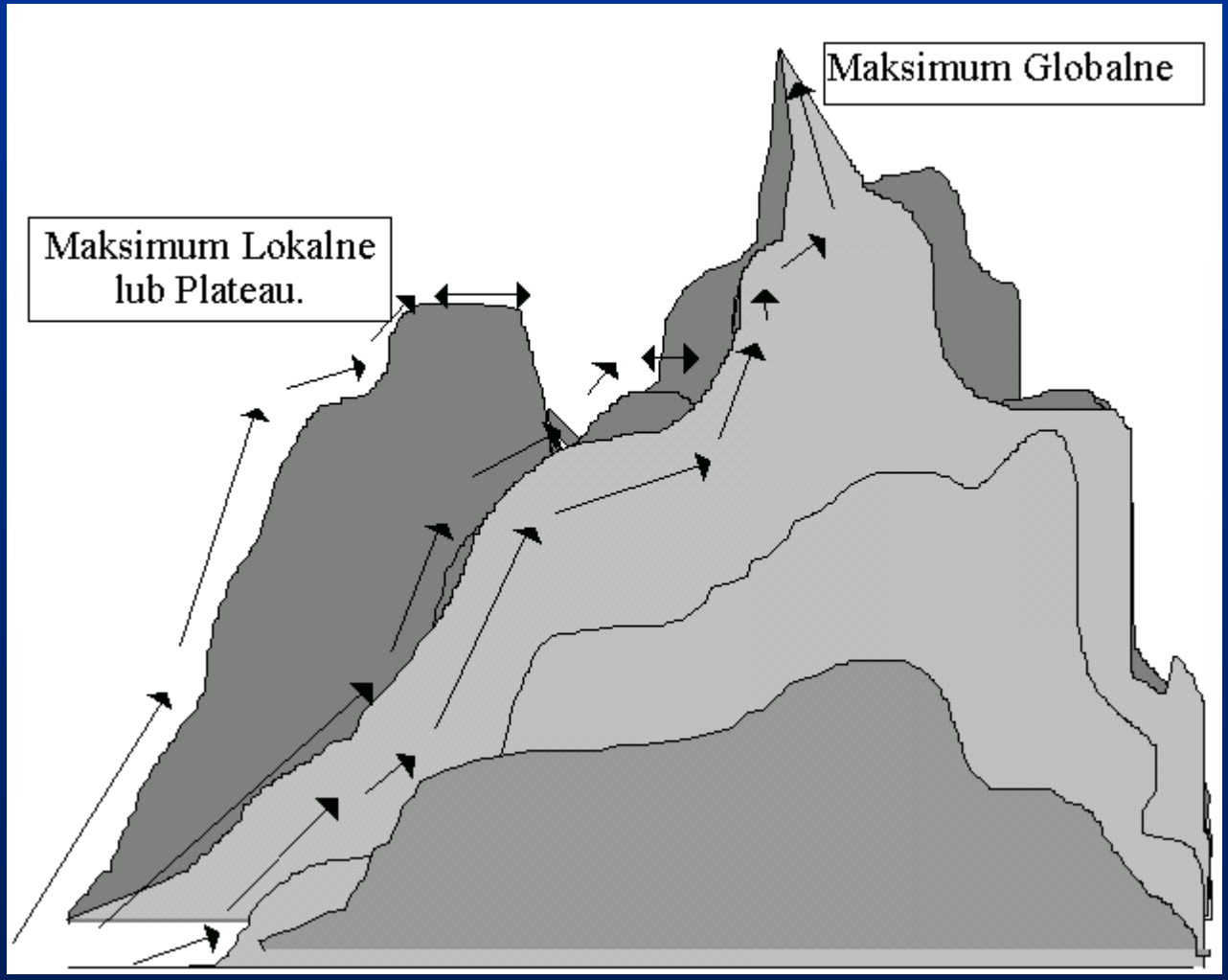
- Hill-climbing algorithm, czyli algorytm wspinaczki:
  idź w kierunku wzrastającej wartości funkcji heurystycznej.
- Równoważny szukaniu „najpierw najlepszy”, ale tu zastosowany do optymalizacji parametrów ciągłych,
  rozwija i pamięta tylko jedną ścieżkę.
- Przełamuj impasy (identyczne koszty kilku dróg) w sposób przypadkowy.

Oceń stan początkowy; jeśli nie jest to cel wykonaj:

Utwórz nowy stan;

- Jeśli nowy stan jest stanem celu zakończ.
- Jeśli nowy stan jest bliżej stanu celu przyjmij go; w przeciwnym przypadku zignoruj go.
- Jeśli nie można utworzyć nowych stanów zatrzymaj się.

Ilustracja w Java



Funkcja heurystyczna może przyjmować wartości maksymalne (np. globalne zyski przy optymalizacji cen produktów), lub możemy ją minimalizować (np. straty).

Algorytm wspinaczki - wady

- Lokalne minima.
- Plateaux, czyli równiny na których nie ma kierunku wzrostu.
- Wąskie grzbiety (ridges).

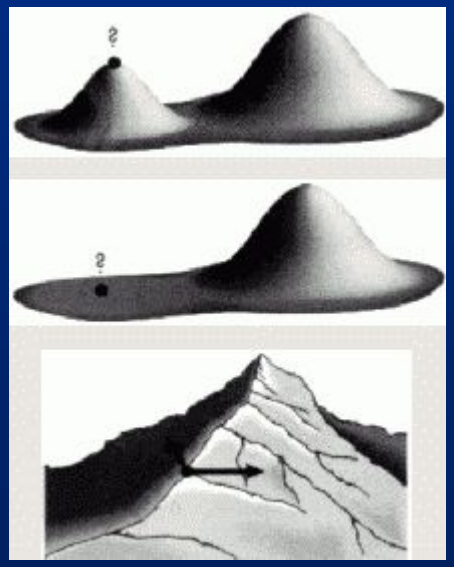
Wiele wariantów:

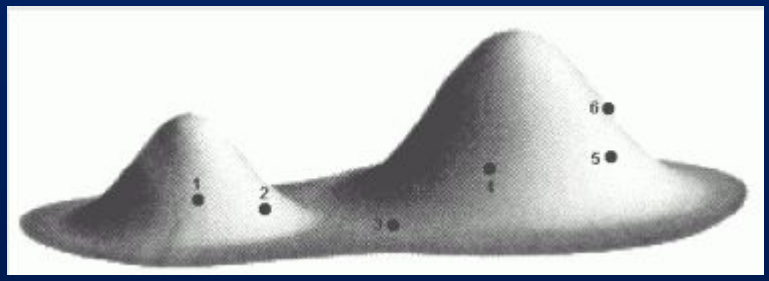
Generuj liczne przypadkowe ruchy, wybierz najlepszy.

Zastosuj wielokrotne starty z przypadkowych punktów początkowych.

Szukaj wiązką.

Dopuść gorsze wartości funkcji przez ograniczoną liczbę kroków.



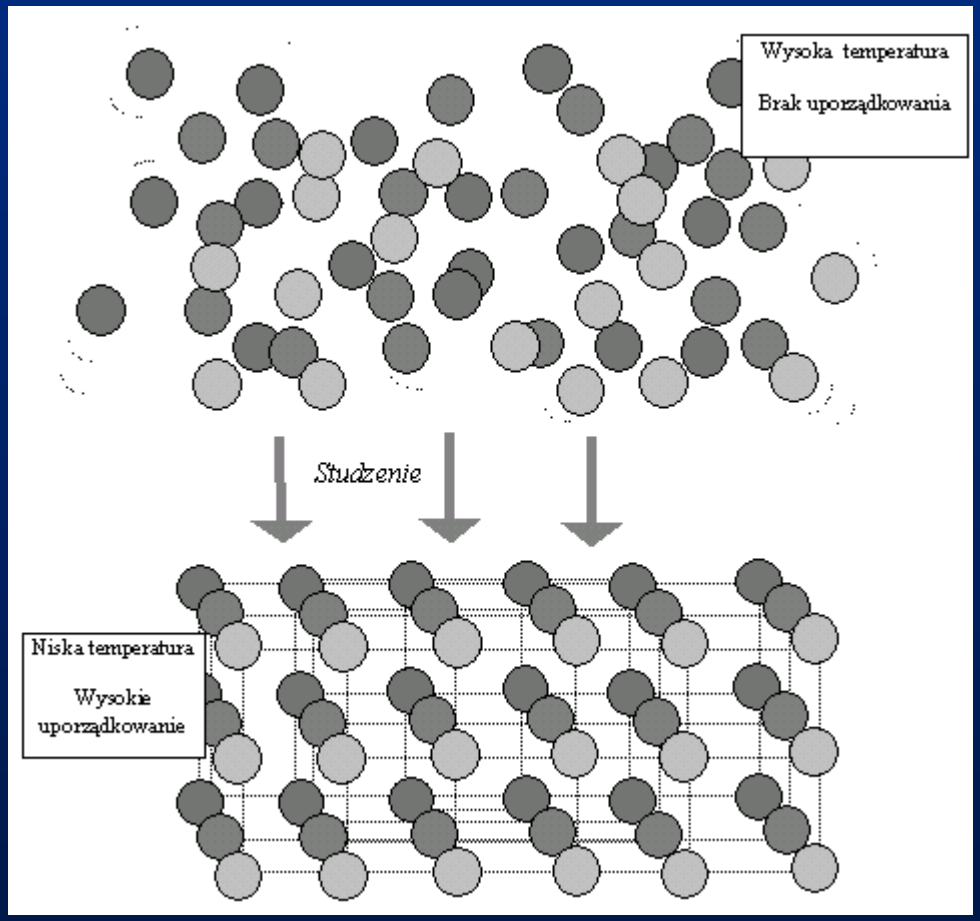


Monte Carlo i Symulowane Wyżarzanie

- Szukanie przypadkowe, nazywane algorytmem British Museum, wybiera przypadkowo węzły.
- W metodzie Monte Carlo (MC) rozwija się przypadkowo wybrany węzeł. Odpowiada to przypadkowemu tworzeniu różnych fragmentów grafu.
- Jeśli mamy funkcję heurystyczną to można zastosować metodę symulowanego wyżarzania (SA).

Symulowane Wyżarzanie

- Powoli studzone kryształy osiągają konfiguracje o minimalnej energii, ruchy termiczne są coraz słabsze => to wskazówka by w MC stosować operatory dające stopniowo malejące zmiany - coraz mniejsze skoki parametrów wokół minimum.



Symulowane Wyżarzanie

- Cel: szukanie globalnie optymalnych rozwiązań.
- Trzeba czasami iść pod górkę, nie wystarczą algorytmy zachłanne ...
- Akceptuj nowe węzły nawet jeśli ich ocena jest gorsza z prawdopodobieństwem:

$$p(\Delta E) \sim e^{-\Delta E / T}$$

gdzie $\Delta E = f(O) - f(O')$ to ocena zmiany jakości rozwiązania w wyniku zmiany stanu z *O* na *O'*. Pamiętaj najlepsze dotychczasowe wyniki.

Jest to rozkład energii Boltzmana w układach termodynamicznych - właśnie taki rozkład energii znajdujemy w przyrodzie.

- Parametr *T* pełni rolę temperatury

Dla dużego *T* wszystkie zmiany są akceptowalne i jest to zwykłe MC, dla małego *T* przyjmujemy zmiany tylko jeśli się poprawia.

ASA = Adaptive Simulated Annealing, program do optymalizacji metodą SA z możliwością niezależnej regulacji wielu parametrów *T* niezależnie.

Algorytm SA

- Określ parametry problemu, koszty operacji itp.
- Zdefiniuj funkcję energii (heurystyczną).
- Wybierz początkową temperaturę i schemat chłodzenia.
  Np. T=100 i co 100 iteracji będziemy obniżać o 10.
- Utwórz przypadkowo początkowy węzeł S (np. jakieś nieoptymalne rozwiązanie) lub użyj dany węzeł.
- Twórz przypadkowo nowe węzły modyfikując lub rozwijając istniejące - duże zmiany są początkowo dopuszczalne.
- Obniżaj temperaturę: początkowo akceptowane są wszystkie zmiany, potem tylko drobne zmiany korzystne.

Dobrym zastosowaniem takich algorytmów są problemy optymalizacyjne typu TSP, problemu komiwojażera.

Podróż dookoła świata.

Przypadkowa permutacja miast, zaczynając od startu:

S_1= [Wwa, Dub, Bei, Tok, Los, NY, Sai, Par, Chi, Bom, Cai]
T = 100, Koszt = 370

Kolejne przypadkowe rozwiązanie (T = 90; Koszt: 340)

S_2=[Wwa, Los, Bei, Tok, Dub, NY, Sai, Par, Chi, Bom, Cai]

(zamiana Dublin : Los Angeles)

Kolejne przypadkowe rozwiązanie (T = 90; Koszt: 377)

S_3=[Wwa, Los, Bei, Tok, Dub, NY, Par, Chi, Sai, Bom, Cai]

(zamiana Saigon : Chicago, przyjęta chociaż gorzej)

.....

Kolejne przypadkowe rozwiązanie (T = 10; Koszt: 188)
(zamiana tylko jeśli koszt się obniża).

- Wady: wiele iteracji.

Podróż dookoła świata.

Przypadkowa permutacja miast, zaczynając od startu:

S_1= [Wwa, Dub, Bei, Tok, Los, NY, Sai, Par, Chi, Bom, Cai]
T = 100, Koszt = 370

Kolejne przypadkowe rozwiązanie (T = 90; Koszt: 340)

S_2=[Wwa, Los, Bei, Tok, D

(zamiana Dublin : Los An

Kolejne przypadkowe rozwi

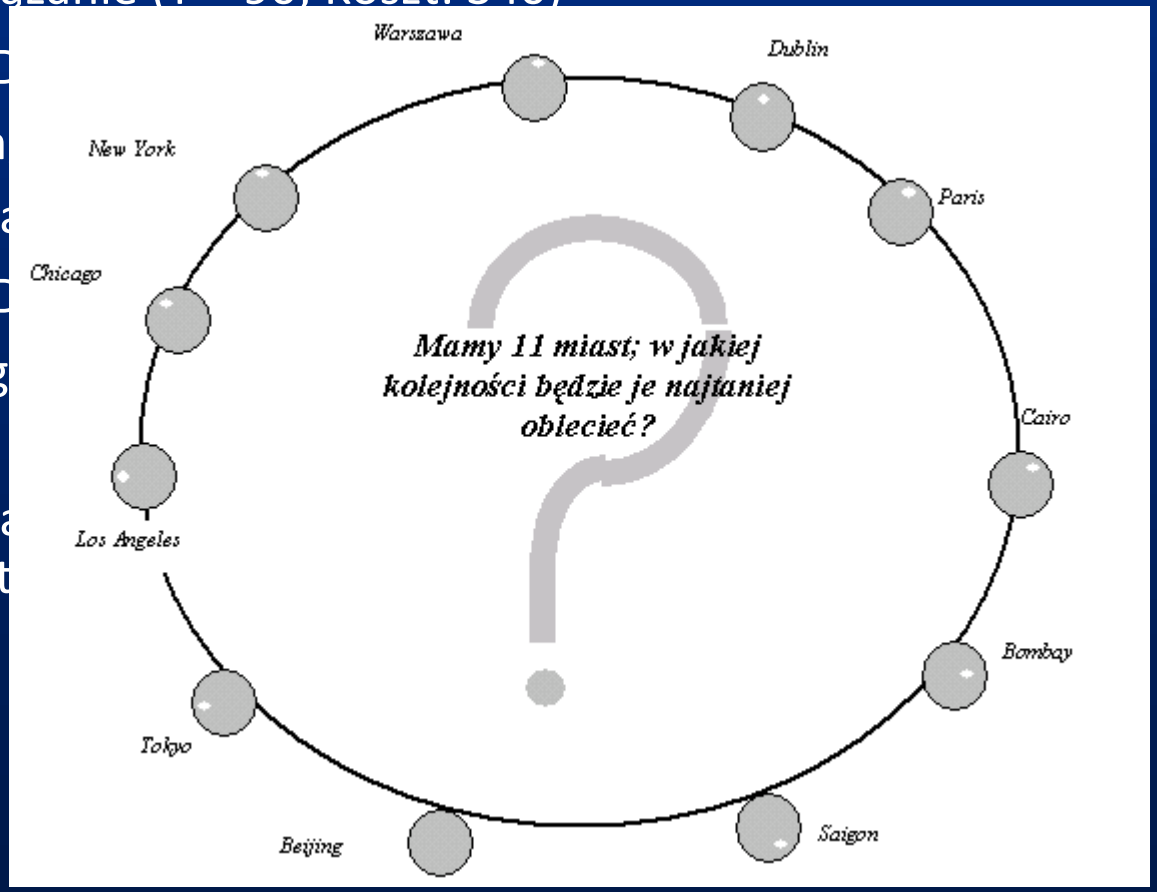
S_3=[Wwa, Los, Bei, Tok, D

(zamiana Saigon : Chicag

.....

Kolejne przypadkowe rozwi
(zamiana tylko jeśli koszt

- Wady: wiele iteracji.



Algorytmy genetyczne

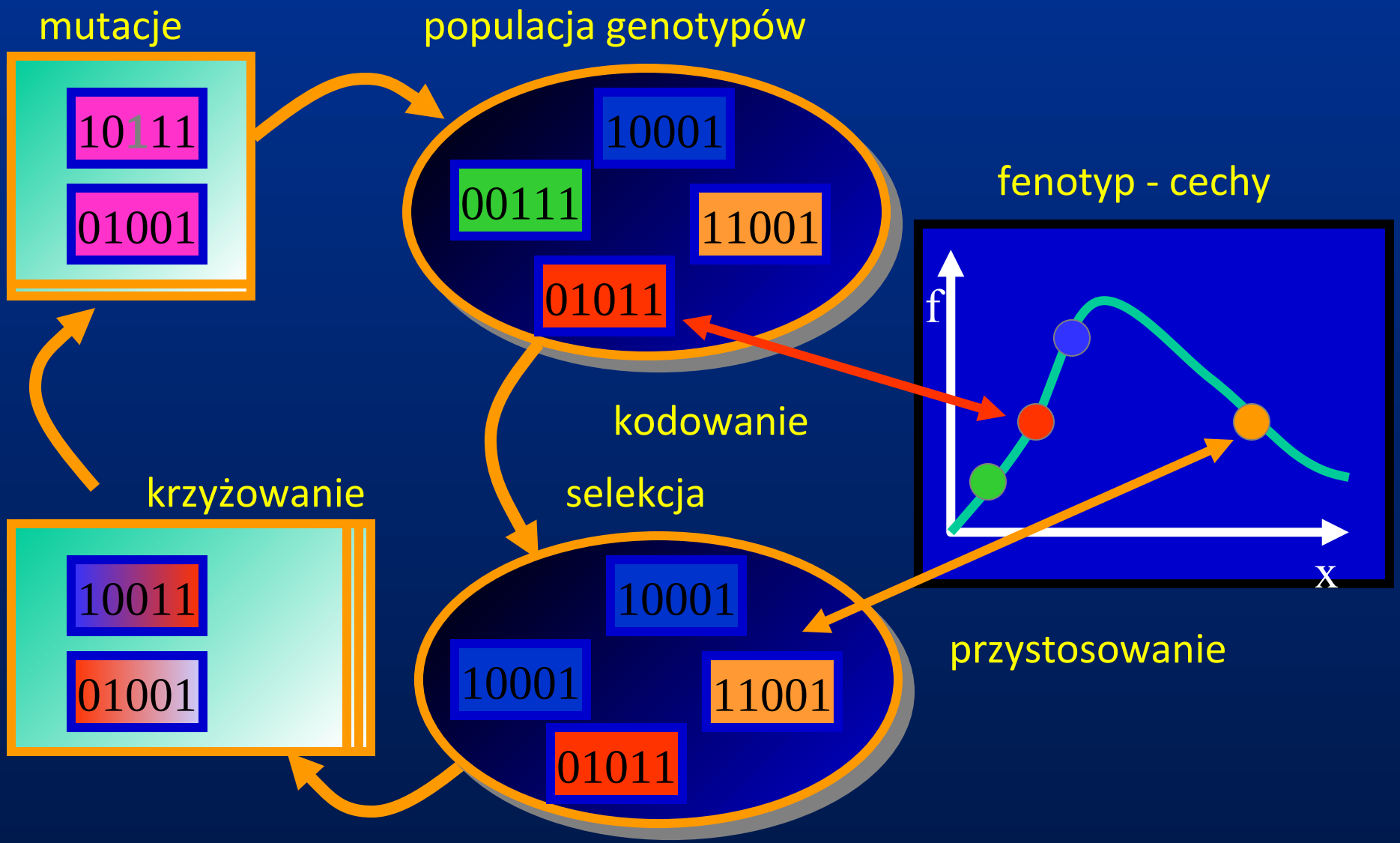
- GA - bardziej wyrafinowane niż SA,
  startują z populacją a nie jednym węzłem.
  Inspirowane przez ewolucyjne procesy
  „przetrwania osobników przystosowanych”
  z całej populacji = zbioru parametrów.

- GA maksymalizuje funkcje kosztu stopniowo, w kolejnych generacjach, podobnie jak SA ze skokową zmianą temperatury.
- W każdym pokoleniu oceniany jest każdy nowy węzeł za pomocą „funkcji przystosowania”, czyli funkcji heurystycznej oceny zbioru parametrów danego stanu problemu, czyli jego „chromosomu”.
- Najlepsze węzły biorą udział w krzyżowaniu i mutacji zostawiając „potomstwo”, czyli tworząc nowe węzły grafu.
- Najsłabiej przystosowane węzły są usuwane.

Przyroda nie działa optymalnie, ale często wystarczająco dobrze.

Nie można teoretycznie udowodnić zbieżności.

Struktura algorytmów ewolucyjnych



Reprezentacja GA

- Populacja tworzy się dzięki chromosomom: są to listy elementów (genów) pozwalające w pełni określić stan.
- Genotyp: możliwe typy chromosomów.
- Fenotyp: konkretny genotyp (instancja).
- Gen: element chromosomu, jego konkretne wartości to allele.
- Genotyp człowieka:

  [Kolor oczu, kolor włosów, kolor skóry, wzrost, waga]
- Fenotyp M.M.

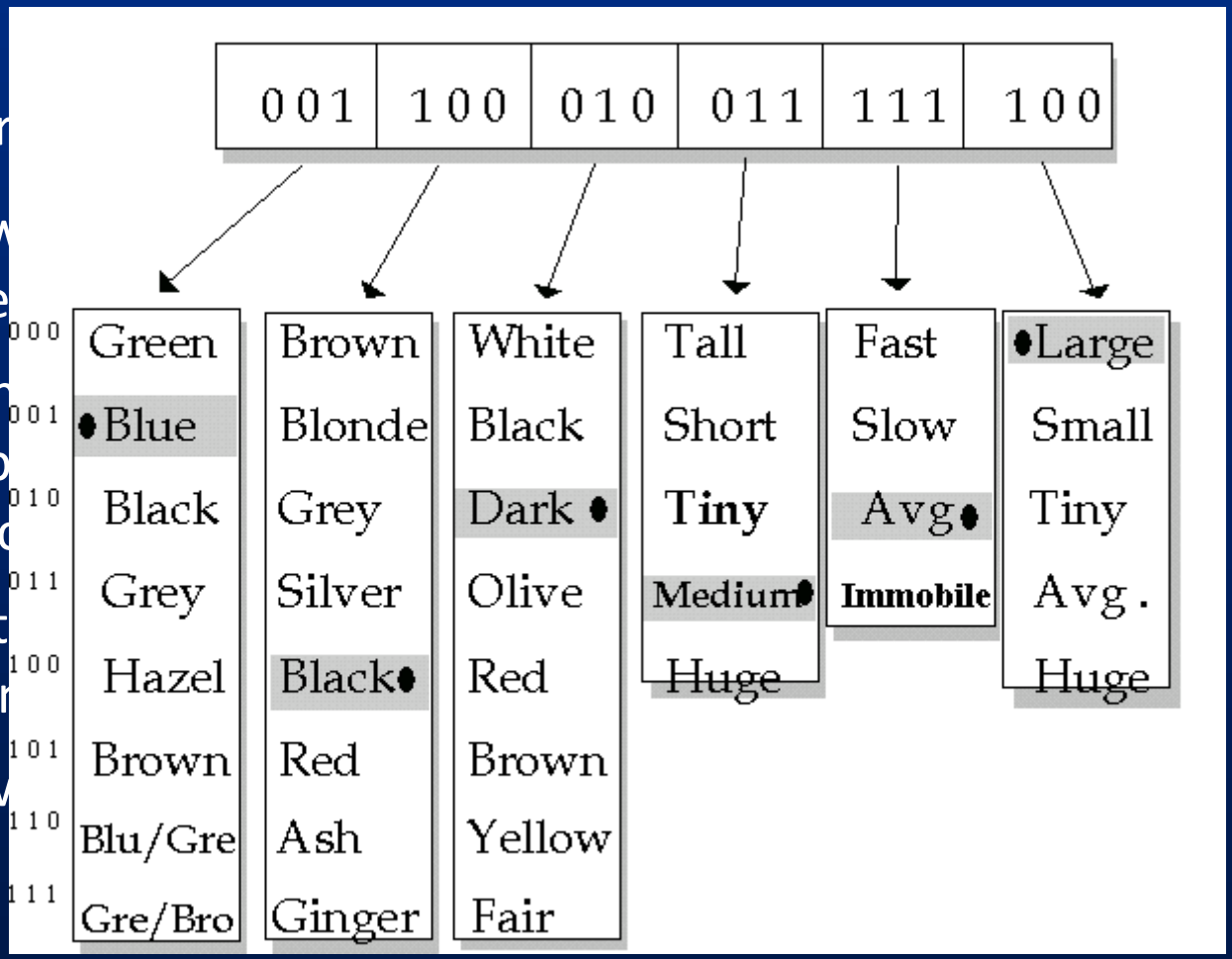
  [zielony, blond, jasny, niski, piórkowa]
- Gen „kolor oczu” ma allele: zielony, niebieski, brązowy ...

Krzyżowanie

- Para osobników może się mieszać tworząc nowy chromosom składający się z mieszanych genów.
- Krzyżowanie: weź K pierwszych genów z Chromosomu 1 i pozostałe od K+1 do N_2 z Chromosomu 2.
- Mutacja: zamień wartość przypadkowo wybranego genu na inną (rzadziej – kilku genów).
- Geny o symbolicznych wartościach dają zbyt duże mutacje, lepiej więc stosować reprezentację binarną, używając kilku bitów do określenia wartości cechy (lub parametry ciągłe).
- Krzyżowanie i mutacje robione są na sub-symbolicznym poziomie, nie patrząc na granice genów.
- Dzięki temu pojawiają się całkiem nowe warianty (allele), których nie mieli rodzice.

Krzyżowanie

- Para osobników może się mieszać tworząc nowy chromosom składający się z mieszanych genów.
- Krzyżowanie: weź
  od K+1 do N_2 z Chr
- Mutacja: zamień w
  (rzadziej – kilku ge
- Geny o symboliczn
  więc stosować rep
  określenia wartośc
- Krzyżowanie i mut
  nie patrząc na grar
- Dzięki temu pojaw
  mieli rodzice.



Algorytm GA

- Zdefiniuj chromosomy: listy elementów (genów) pozwalające w pełni określić stan/obiekt, określ binarne reprezentacje.
- Zdefiniuj funkcję przystosowania – funkcję heurystycznej oceny jakości stanu dla stosowanego chromosomu.
- Wprowadź operatory genetyczne tworzenia nowych stanów na poziomie krzyżowania i mutacji chromosomów przez zmianę ich genów (możliwych jest tu wiele strategii, np. ruletki).
- Utwórz grupę nowych chromosomów c_i stosując operatory genetyczne.
- Oblicz prawdopodobieństwa oceniając nowe chromosomy za pomocą funkcji przystosowania.
- Zostaw tylko najbardziej obiecujące chromosomy (np. p_i>0.6) i powtórz procedurę.

$$p_i = h(c_i) / \sum_j h(c_j)$$

Możliwych jest wiele wariantów takich algorytmów, łatwo je programować i umożliwiają dużo manipulacji parametrami, stąd wiele publikacji.

J.R. Koza: Algorytmy genetyczne to drugie najlepsze rozwiązanie dla każdego problemu.

Biomorfy

W krótkim czasie dzięki selekcji kierowanej przez człowieka powstały setki gatunków zwierząt: psów, kotów, zwierząt hodowlanych. Wystarczy ukierunkowana selekcja hodowców.

Biomorfy:

- wybierzmy pożądane rozwiązanie docelowe, czyli najlepiej przystosowanego osobnika,
- mutujmy geny pozostałych zostawiając potomstwo bardziej podobne do celu.

Program GAVen + Opis programu

8 genów koduje biomorf: długość/kierunek rozgałęzienia, każdy ma 4 bity+znak, czyli mamy 40 bitów/biomorf, 8.8 biliona form!
Wartości -15..+15, 9 gen to stopień rozgałęzienia 2-9.

http://www.rennard.org/alife/english/gavgb.html

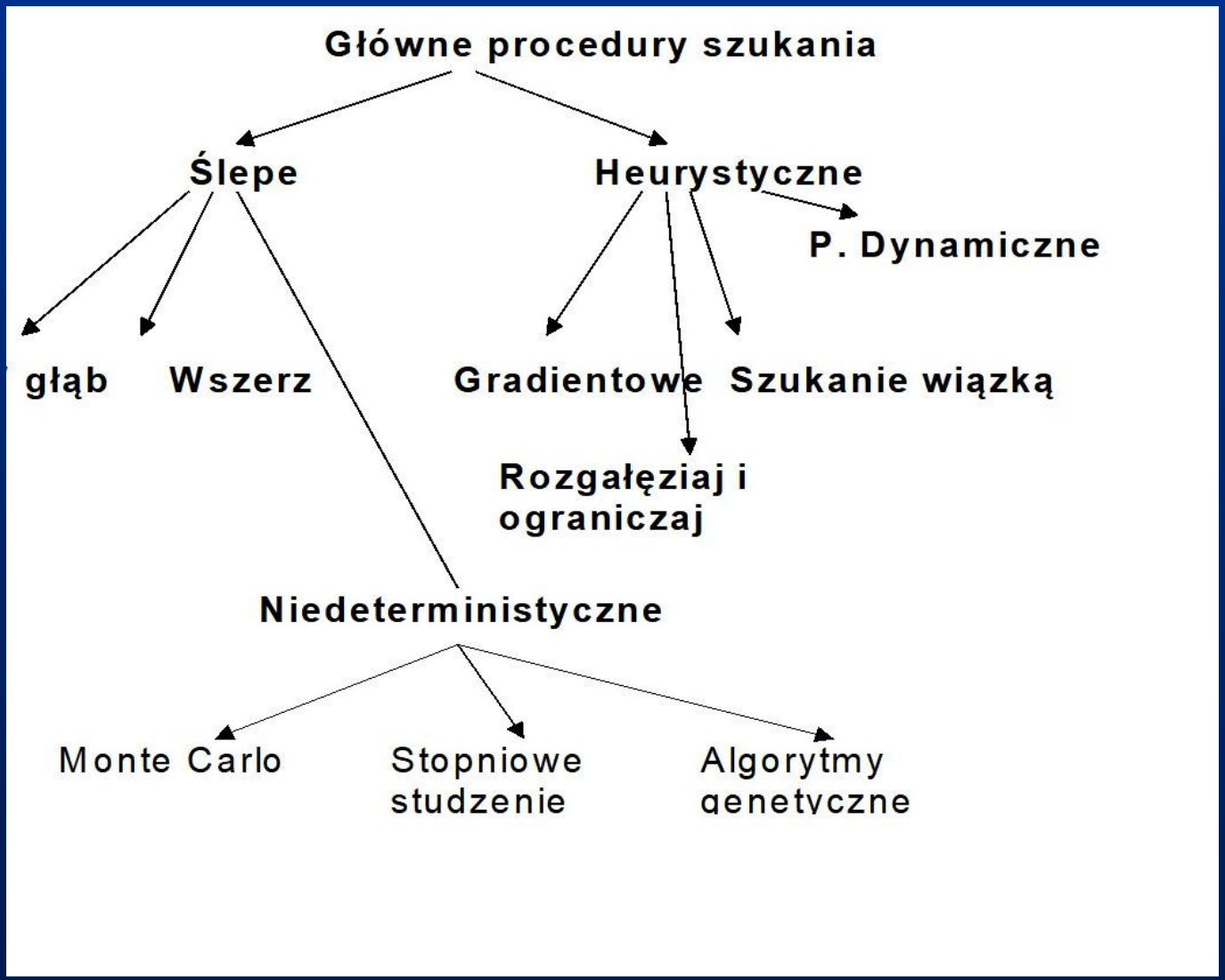
Zastosowania AG

Zastosowania:

- szukanie ciekawych rozwiązań maksymalizujących funkcje heurystyczne; algorytmy genetyczne są uniwersalne i zwykle nie odbiegają daleko od najlepszych, chociaż są kosztowne;
- optymalizacja parametrów = uczenie systemów zdolnych do adaptacji – szczególny przypadek;
- sztuka genetyczna: kombinacja genomów najładniejszych obrazów daje jeszcze ładniejsze, np.
  Dr Mutatis lub
  http://www.jhlabs.com/java/art.html
- Kto nie biega ten nie żyje … czyli jak nauczyć się poruszać?

  Robot evolution, evolving baby robots, filmy ilustrujące naukę poruszania się robotów.

Główne procedury szukania



AI Search Algorithms With Examples

Porównania dla 8-ki.

Rozwiązywanie 8-ki dla 20 i 100 ruchów						
Algorytm	Mem 20	Czas 20	L. ruch 20	Pamięć 100	Czas 100	L. ruch 100
W głąb	-	-	-	-	-	-
W głąb do 5 poziomów	11	144	4	-	-	-
Wszerz	104	60	4	> 4500	> 2000	> 8
Wspinanie do góry	1	5	4	-	-	-
Najpierw najlepszy	6	5	4	148	148	26
A^*	6	5	4	86	86	18

Porównania dla minimalnej drogi.

Szukanie minimalnej drogi pociągiem dla bliskich i dalekich miast						
Algorytm	Pamięć, blisko	Czas, blisko	D.trasy, blisko	Pamięć, daleko	Czas, daleko	D.trasy, daleko
W głąb	-	-	-	-	-	-
W głąb do 5 poziomów	14	23	2990	-	-	-
Wszerz	103	31	1860	> 9999	> 3000	> 6000
Wspinanie do góry	1	4	2023	-	-	-
Najpierw najlepszy	7	4	2023	29	12	3592
A^*	7	5	1860	15	23	2859

Szukanie z ograniczeniami

Szukanie z ograniczeniami (Constrained Satisfaction Problem, **CSP**) lub problemy z więzami wymagają:

1. Zbioru stanów, którym odpowiadają jakieś wartości numeryczne $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

2. Celów zawierających testy specyfikujące ograniczenia, ścisłe (muszą być spełnione) i preferowane (mogą być łamane): $C_1, C_2, \ldots, C_m$

Stan określony jest przez przypisanie wartości podzbiorowi zmiennych, np. $\{X_i = v_i, X_j = v_j, \ldots\}$

Stan zgodny to stan nie naruszający żadnego ograniczenia.

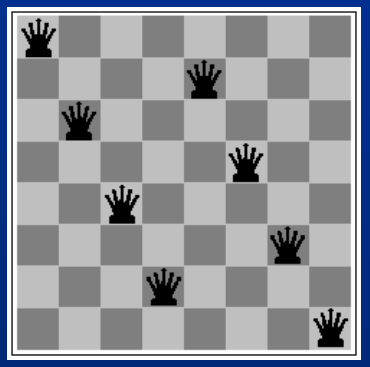
Stan pełny określa wartości wszystkich zmiennych.

Celem jest znalezienie stanu zgodnego i pełnego.

Dodatkowo, możliwa jest **maksymalizacja** funkcji celu.

Przykłady szukania z ograniczeniami:
8-hetmanów, kryptoarytmetyka, projekty VLSI, kolejkowanie, planowanie.

Problemy: 8-hetmanów i mapy



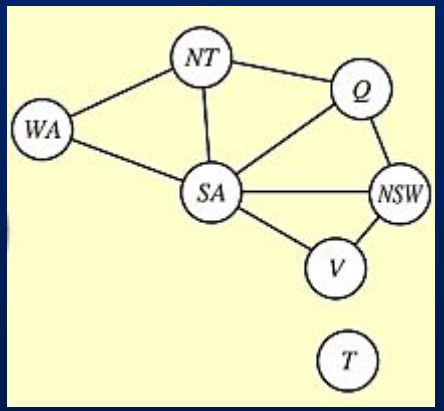
- **Stany:** $<V_1, V_2, \ldots, V_8>$, gdzie V_i jest rzędem zajętym przez *i*-tego hetmana.
- **Przestrzeń:** {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
- **Ograniczenia:** *nie atakuj*
  { <1,3>, <1,4>, <1,5>, … <2,4>. <2,5>, …}
  gdzie każdy element specyfikuje parę dopuszczalnych wartości zmiennych V_i oraz V_j.

Cel: wszystkie ograniczenia muszą być spełnione.

Inne przykłady: problem 4 barw, kolorowanie mapy – Australia jest prosta, ale Europa?

Przydatne są tu metody optymalizacji np. symulowane wyżarzanie.

Inne przykłady



Optymalizacja ograniczeń

Rodzaje więzów

- Dyskretne (np. dla 8-hetmanów) albo ciągłe np. dla planu podróży.
- Ścisłe (np. przejść wszystkie miasta) oraz preferencje (np. najkrótszy czas przesiadki, najniższa cena).

Strategie:

- Jeśli są liniowe ograniczenia i maksymalizacja funkcji celu to stosujemy programowanie liniowe. Np.

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geqslant \alpha \qquad f\left(x_1, \ldots x_n\right) = \alpha + c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

- Programowanie nieliniowe jest znacznie trudniejsze.
  Warianty: programowanie całkowitoliczbowe i kwadratowe, analiza wypukła (convex analysis) i wiele innych specjalnych przypadków.
- Lista programów do optymalizacji jest długa.
- Python Jupiter CSP notebooks.

Szukanie z więzami

- Kolejność zmiennych jest bez znaczenia, problemy z ograniczeniami są **przemienne.**
- **Stopień zmiennej** to liczba ograniczeń, w których zmienna występuje z zmiennymi jeszcze nie ograniczanymi.
- Szukanie inkrementacyjne: kolejno wiążemy **jedną zmienną** w danym węźle drzewa.
- Heurystyka: rozważyć kolejność zmiennych i ich możliwe wartości, najpierw określić dopuszczalną wartość zmiennych o maksymalnym stopniu ograniczeń.
- Heurystyka **MRV** (*minimum remaining values*) wybiera zmienną **z minimalną liczbą dozwolonych wartości**.
- Heurystyka **najmniej ograniczającej wartości** (*least-constraining value*) – najpierw wartości, które eliminują najmniej możliwości innym zmiennym.
- Szukanie z nawrotami to szukanie **w głąb** z kontrolą ograniczeń.

Analiza celów i środków

Metoda stosowana w złożonych procesach szukania, gdy mamy operatory różnych typów; dla prostych problemów typ może być np. rodzajem i kierunkiem ruchu pionka.

- Oceń różnicę pomiędzy obecnym stanem a celem.
- Wybierz operator, który może tego typu różnice najłatwiej zlikwidować.
- Jeśli najlepszy operator nie da się zastosować do danego stanu, wybierz kolejny.

Metoda prowadzi do rekursywnie definiowanych podproblemów: jak zastosować dany operator?

Te podproblemy stają się nowymi problemami do rozwiązania.

Przykładowa ilustracja w Java

Przykłady z Wikipedii.

Przykładowe pytania

- Opisz algorytm szukania XX.
- Jaka jest złożoność algorytmu XX?
- Podać zalety iteracyjnego pogłębianego szukania w głąb (IDDF).
- Przesuwanka potrzebuje 10 ruchów by ją uporządkować; oszacować pamięć potrzebną dla algorytmu XX.
- W jakich warunkach szukanie przy XX jest równoważne szukaniu YY?
- Jakie są wady i zalety algorytmu XX?
- Jakie są podstawowe elementy algorytmu genetycznego?
- Jakie znasz zastosowania algorytmów genetycznych?
- Jakie są główne procedury szukania?
- Jaką metodę zastosujesz do rozwiązania problemu ZZ?
- Jaką funkcję heurystyczną dla algorytmu A* zastosujesz do ZZ?
- Co to są biomorfy?
- Na czym polega analiza celów i środków? Jakie ma zalety?

Algorytmy szukania - implementacje

Na poniższych stronach jest sporo przykładów różnych algorytmów szukania w zastosowaniu do gier.

AI Search Algorithms Implementations. Popular search algorithms in AI explained and implemented.

- Game programming
  http://theory.stanford.edu/~amitp/GameProgramming/
- Towards data science
- AI-Search-Algorithms-Implementations

- Variants of A* Stanford Game Programming
- Prolog notebooks – repozytorium SWISH
- Single-Agent Search Demo Page
- Metody szukania i sztuczna inteligencja w grach - slajdy Krzysztofa Grąbczewskiego