Branching Rules for $F_4 \to SO_9$

The irreps of F_4 are all real and are enclosed in curved brackets. The irreps of SO_9 are likewise all real and are enclosed in square brackets.

F_4	SO_9						
(0)	$[0]$						
(1)	$[1]$	$+ [s;0]$	$+ [0]$				
(1^2)	$[1^2]$	$+ [s;0]$					
$(s;1)$	$[s;1]$	$+ [1^3]$	$+ [1^2]$	$+ [1]$	$+ [s;0]$		
(2)	$[2]$	$+ [s;1]$	$+ [1^4]$	$+ [1]$	$+ [s;0]$	$+ [0]$	
(21)	$[21]$	$+ [s;1^2]$	$+ [s;1]$	$+ [1^4]$	$+ [1^3]$	$+ [1^2]$	$+ [s;0]$
(21^2)	$[21^2]$	$+ [s;1^2]$	$+ [s;1]$	$+ [1^3]$	$+ [1^2]$		
(22)	$[2^2]$	$+ [s;1^2]$	$+ [1^4]$				
$(s;2)$	$[s;2]$	$+ [21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [21]$	$+ [2]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$
	$+ 2[s;1]$	$+ [1^4]$	$+ [1^3]$	$+ [1^2]$	$+ [1]$	$+ [s;0]$	
$(s;21)$	$[s;21]$	$+ [2^21]$	$+ [2^2]$	$+ [21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [21]$	$+ [s;1^3]$
	$+ 2[s;1^2]$	$+ [s;1]$	$+ [1^4]$	$+ [1^3]$			
(3)	$[3]$	$+ [s;2]$	$+ [21^3]$	$+ [2]$	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1]$	$+ [1^4]$
	$+ [1]$	$+ [s;0]$	$+ [0]$				
(31)	$[31]$	$+ [s;21]$	$+ [s;2]$	$+ [2^21^2]$	$+ [21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [21]$
	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$	$+ [s;1]$	$+ [1^4]$	$+ [1^3]$	$+ [1^2]$
	$+ [s;0]$						
(31^2)	$[31^2]$	$+ [s;21^2]$	$+ [s;21]$	$+ [s;2]$	$+ [2^21^2]$	$+ [2^21]$	$+ [21^3]$
	$+ 2[21^2]$	$+ [21]$	$+ [s;1^3]$	$+ 2[s;1^2]$	$+ [s;1]$	$+ [1^3]$	$+ [1^2]$
(31^3)	$[31^3]$	$+ [s;21^2]$	$+ [s;21]$	$+ [s;2]$	$+ [2^3]$	$+ [2^21]$	$+ [2^2]$
	$+ [21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [21]$	$+ [2]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$	$+ [s;1]$
(32)	$[32]$	$+ [s;2^2]$	$+ [s;21]$	$+ [2^21^2]$	$+ [2^21]$	$+ [2^2]$	$+ [21^3]$
	$+ [1^4]$	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$	$+ [1^4]$		
(321)	$[321]$	$+ [s;2^2]$	$+ [s;21^2]$	$+ [s;21]$	$+ [2^21^2]$	$+ [2^21]$	$+ [2^2]$
	$+ [21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$			
(3^2)	$[3^2]$	$+ [s;2^2]$	$+ [2^21^2]$	$+ [s;1^4]$			
$(s;3)$	$[s;3]$	$+ [31^3]$	$+ [31^2]$	$+ [31]$	$+ [3]$	$+ [s;21^3]$	$+ [s;21^2]$
	$+ [s;21]$	$+ 2[s;2]$	$+ [2^31]$	$+ [2^21^2]$	$+ 2[21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [21]$
	$+ [2]$	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$	$+ 2[s;1]$	$+ [1^4]$	$+ [1^3]$
	$+ [1^2]$	$+ [1]$	$+ [s;0]$				
$(s;31)$	$[s;31]$	$+ [321^2]$	$+ [321]$	$+ [32]$	$+ [31^3]$	$+ [31^2]$	$+ [31]$
	$+ [s;2^21]$	$+ [s;2^2]$	$+ [s;21^3]$	$+ 2[s;21^2]$	$+ 3[s;21]$	$+ [s;2]$	$+ [2^31]$
	$+ [2^3]$	$+ 2[2^21^2]$	$+ 2[2^21]$	$+ [2^2]$	$+ 2[21^3]$	$+ 2[21^2]$	$+ [21]$
	$+ [s;1^4]$	$+ 2[s;1^3]$	$+ 2[s;1^2]$	$+ [s;1]$	$+ [1^4]$	$+ [1^3]$	
$(s;31^2)$	$[s;31^2]$	$+ [32^2]$	$+ [321^2]$	$+ [321]$	$+ [31^3]$	$+ [31^2]$	$+ [s;2^21]$
	$+ [s;2^2]$	$+ 2[s;21^2]$	$+ 2[s;21]$	$+ [s;2]$	$+ [2^3]$	$+ [2^21^2]$	$+ 2[2^21]$
	$+ [2^2]$	$+ [21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [21]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$	
$(s;32)$	$[s;32]$	$+ [3^21]$	$+ [3^2]$	$+ [321^2]$	$+ [321]$	$+ [32]$	$+ [s;2^21]$
	$+ 2[s;2^2]$	$+ [s;21^3]$	$+ [s;21^2]$	$+ [s;21]$	$+ [2^31]$	$+ 2[2^21^2]$	$+ [2^21]$
	$+ [21^3]$	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1^3]$				
(4)	$[4]$	$+ [s;3]$	$+ [31^3]$	$+ [3]$	$+ [s;21^3]$	$+ [s;2]$	$+ [2^4]$
	$+ [2]$	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1]$	$+ [1^4]$	$+ [1]$	$+ [s;0]$	
	$+ [0]$						

F_4	SO_9						
(41)	$[41]$	$+ [s;31]$	$+ [s;3]$	$+ [321^2]$	$+ [31^3]$	$+ [31^2]$	$+ [31]$
	$+ [s;2^21^2]$	$+ [s;21^3]$	$+ [s;21^2]$	$+ [s;21]$	$+ [s;2]$	$+ [2^4]$	$+ [2^31]$
	$+ [2^21^2]$	$+ [21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [21]$	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$
	$+ [s;1]$	$+ [1^4]$	$+ [1^3]$	$+ [1^2]$	$+ [s;0]$		
(41^2)	$[41^2]$	$+ [s;31^2]$	$+ [s;31]$	$+ [s;3]$	$+ [32^21]$	$+ [321^2]$	$+ [321]$
	$+ [31^3]$	$+ 2[31^2]$	$+ [31]$	$+ [s;2^21^2]$	$+ [s;2^21]$	$+ [s;21^3]$	$+ 2[s;21^2]$
	$+ 2[s;21]$	$+ [s;2]$	$+ [2^31]$	$+ 2[2^21^2]$	$+ [2^21]$	$+ [21^3]$	$+ 2[21^2]$
	$+ [21]$	$+ [s;1^3]$	$+ 2[s;1^2]$	$+ [s;1]$	$+ [1^3]$	$+ [1^2]$	
(41^3)	$[41^3]$	$+ [s;31^3]$	$+ [s;31^2]$	$+ [s;31]$	$+ [s;3]$	$+ [32^21]$	$+ [32^2]$
	$+ [321^2]$	$+ [321]$	$+ [32]$	$+ 2[31^3]$	$+ [31^2]$	$+ [31]$	$+ [3]$
	$+ [s;2^3]$	$+ [s;2^21]$	$+ [s;2^2]$	$+ [s;21^3]$	$+ 2[s;21^2]$	$+ 2[s;21]$	$+ 2[s;2]$
	$+ [2^31]$	$+ [2^3]$	$+ [2^21^2]$	$+ [2^21]$	$+ [2^2]$	$+ 2[21^3]$	$+ [21^2]$
	$+ [21]$	$+ [2]$	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$	$+ [s;1]$	$+ [1^4]$
(42)	$[42]$	$+ [s;32]$	$+ [s;31]$	$+ [3^21^2]$	$+ [321^2]$	$+ [321]$	$+ [32]$
	$+ [31^3]$	$+ [s;2^21^2]$	$+ [s;2^21]$	$+ [s;2^2]$	$+ [s;21^3]$	$+ [s;21^2]$	$+ [s;21]$
	$+ [2^4]$	$+ [2^31]$	$+ [2^3]$	$+ [2^21^2]$	$+ [2^21]$	$+ [2^2]$	$+ [21^3]$
	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1^3]$	$+ [s;1^2]$	$+ [1^4]$			
(421)	$[421]$	$+ [s;321]$	$+ [s;32]$	$+ [s;31^2]$	$+ [s;31]$	$+ [3^21^2]$	$+ [3^21]$
	$+ [32^21]$	$+ [32^2]$	$+ 2[321^2]$	$+ 2[321]$	$+ [32]$	$+ [31^3]$	$+ [31^2]$
	$+ [s;2^21^2]$	$+ 2[s;2^21]$	$+ 2[s;2^2]$	$+ [s;21^3]$	$+ 3[s;21^2]$	$+ 2[s;21]$	$+ [2^31]$
	$+ [2^3]$	$+ 2[2^21^2]$	$+ 2[2^21]$	$+ [2^2]$	$+ [21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [s;1^3]$
	$+ [s;1^2]$						
(421^2)	$[421^2]$	$+ [s;321]$	$+ [s;32]$	$+ [s;31^3]$	$+ [s;31^2]$	$+ [s;31]$	$+ [3^22]$
	$+ [3^21]$	$+ [3^2]$	$+ [32^21]$	$+ [32^2]$	$+ 2[321^2]$	$+ 2[321]$	$+ [32]$
	$+ [31^3]$	$+ [31^2]$	$+ [31]$	$+ [s;2^3]$	$+ 2[s;2^21]$	$+ 2[s;2^2]$	$+ [s;21^3]$
	$+ 2[s;21^2]$	$+ 2[s;21]$	$+ [s;2]$	$+ [2^31]$	$+ [2^3]$	$+ 2[2^21^2]$	$+ [2^21]$
	$+ [21^3]$	$+ [21^2]$	$+ [s;1^4]$	$+ [s;1^3]$			
(42^2)	$[42^2]$	$+ [s;321]$	$+ [s;31^2]$	$+ [3^21^2]$	$+ [32^2]$	$+ [321^2]$	$+ [321]$
	$+ [31^3]$	$+ [s;2^21]$	$+ [s;2^2]$	$+ [s;21^2]$	$+ [s;21]$	$+ [2^3]$	$+ [2^21]$
	$+ [2^2]$						
(43)	$[43]$	$+ [s;3^2]$	$+ [s;32]$	$+ [3^21^2]$	$+ [3^21]$	$+ [3^2]$	$+ [321^2]$
	$+ [s;2^21^2]$	$+ [s;2^21]$	$+ [s;2^2]$	$+ [s;21^3]$	$+ [2^4]$	$+ [2^31]$	$+ [2^21^2]$
	$+ [s;1^4]$						
(431)	$[431]$	$+ [s;3^2]$	$+ [s;321]$	$+ [s;32]$	$+ [3^21^2]$	$+ [3^21]$	$+ [3^2]$
	$+ [32^21]$	$+ [321^2]$	$+ [321]$	$+ [s;2^21^2]$	$+ [s;2^21]$	$+ [s;2^2]$	$+ [s;21^3]$
	$+ [s;21^2]$	$+ [2^31]$	$+ [2^21^2]$				
(4^2)	$[4^2]$	$+ [s;3^2]$	$+ [3^21^2]$	$+ [s;2^21^2]$	$+ [2^4]$		

Branching Rules for $F_4 \to SO_3 \times G_2$

The representations of SO_3 are enclosed in square brackets and those of G_2 in curved brackets. The labels $(\lambda_1\lambda_2)$ for G_2 are based on the maximal SU_3 subgroup. The corresponding Racah labels (u_1u_2)may be found by the relationship

$$u_1 = \lambda_1 - \lambda_2, \quad u_2 = \lambda_2$$

F_4	$SO_3 \times G_2$
(1)	[2](0) + [1](1)
(1^2)	[2](1) + [1](0) + [0](21)
$(s;1)$	[3](1) + [3](0) + [2](21) + [2](1) + [1](2) + [1](1) + [1](0) + [0](1)
(2)	[4](0) + [3](1) + [2](2) + [2](1) + [2](0) + [1](21) + [1](1) + [0](2) + [0](0)
(21)	[4](1) + [3](21) + [3](2) + [3](1) + [3](0) + [2](21) + [2](2) + 2[2](1) + [2](0) +[1](31) + [1](21) + [1](2) + 2[1](1) + [1](0) + [0](1)
(21^2)	[4](21) + [4](1) + [3](2) + [3](1) + [3](0) + [2](31) + [2](21) + [2](2) +2[2](1) + [1](21) + [1](2) + [1](1) + [1](0) + [0](3) + [0](21) + [0](1)
(22)	[4](2) + [3](21) + [3](1) + [2](31) + [2](2) + [2](1) + [2](0) + [1](21) + [1](1) +[0](42) + [0](2) + [0](0)
$(s;2)$	[5](1) + [5](0) + [4](21) + [4](2) + 2[4](1) + [4](0) + [3](31) + 2[3](21) + 2[3](2) +3[3](1) + [3](0) + [2](31) + [2](3) + 2[2](21) + 3[2](2) + 4[2](1) + 2[2](0) + [1](31) +[1](3) + 2[1](21) + 3[1](2) + 3[1](1) + [1](0) + [0](31) + [0](21) + [0](2) + [0](1)
$(s;21)$	[5](21) + [5](2) + [5](1) + [4](31) + [4](21) + 2[4](2) + 2[4](1) + [4](0) + 2[3](31) +[3](3) + 3[3](21) + 3[3](2) + 4[3](1) + [3](0) + [2](42) + 2[2](31) + [2](3) + 3[2](21) +4[2](2) + 4[2](1) + 2[2](0) + [1](41) + 2[1](31) + [1](3) + 3[1](21) + 3[1](2) + 4[1](1) +[1](0) + [0](31) + 2[0](2) + [0](1) + [0](0)
(3)	[6](0) + [5](1) + [4](2) + [4](1) + [4](0) + [3](3) + [3](21) + [3](2) + 2[3](1) +[3](0) + [2](31) + [2](21) + 2[2](2) + [2](1) + [2](0) + [1](31) + [1](3) + [1](21) +[1](2) + 2[1](1) + [0](2) + [0](0)
(31)	[6](1) + [5](21) + [5](2) + [5](1) + [5](0) + [4](31) + [4](3) + 2[4](21) + 2[4](2) +3[4](1) + [4](0) + 2[3](31) + [3](3) + 2[3](21) + 4[3](2) + 4[3](1) + 2[3](0) + [2](41) +3[2](31) + 2[2](3) + 4[2](21) + 4[2](2) + 5[2](1) + [2](0) + [1](42) + 2[1](31) + [1](3) +2[1](21) + 4[1](2) + 3[1](1) + 2[1](0) + [0](41) + [0](31) + [0](3) + 2[0](21) + [0](2) + 2[0](1)
(31^2)	[6](21) + [6](1) + [5](31) + [5](21) + 2[5](2) + 2[5](1) + [5](0) + 2[4](31) + [4](3) +3[4](21) + 3[4](2) + 4[4](1) + [4](0) + [3](42) + [3](41) + 3[3](31) + 2[3](3) +4[3](21) + 6[3](2) + 5[3](1) + 2[3](0) + [2](41) + 4[2](31) + 3[2](3) + 5[2](21) +5[2](2) + 6[2](1) + [2](0) + [1](42) + [1](41) + [1](4) + 4[1](31) + 2[1](3) +3[1](21) + 6[1](2) + 4[1](1) + 2[1](0) + [0](31) + [0](3) + 2[0](21) + [0](2) + 2[0](1)

F_4 $\quad SO_3 \times G_2$

(31^3) $[6](2)+[6](1)+[6](0)+[5](31)+2[5](21)+[5](2)+2[5](1)+[4](42)+2[4](31)$
$+[4](3)+2[4](21)+4[4](2)+3[4](1)+2[4](0)+[3](41)+3[3](31)+2[3](3)$
$+4[3](21)+4[3](2)+5[3](1)+[3](0)+[2](42)+[2](41)+[2](4)+4[2](31)$
$+2[2](3)+3[2](21)+7[2](2)+4[2](1)+2[2](0)+[1](41)+3[1](31)+3[1](3)$
$+4[1](21)+3[1](2)+4[1](1)+[0](42)+[0](4)+[0](31)+[0](3)+3[0](2)+[0](1)+2[0](0)$

(32) $[6](2)+[6](1)+[6](0)+[5](31)+2[5](21)+[5](2)+2[5](1)+[4](42)+2[4](31)$
$+[4](3)+2[4](21)+4[4](2)+3[4](1)+2[4](0)+[3](41)+3[3](31)+2[3](3)$
$+4[3](21)+4[3](2)+5[3](1)+[3](0)+[2](42)+[2](41)+[2](4)+4[2](31)$
$+2[2](3)+3[2](21)+7[2](2)+4[2](1)+2[2](0)+[1](41)+3[1](31)+3[1](3)$
$+4[1](21)+3[1](2)+4[1](1)+[0](42)+[0](4)+[0](31)+[0](3)+3[0](2)+[0](1)+2[0](0)$

(321) $[6](31)+[6](21)+[6](2)+[5](31)+[5](3)+[5](21)+2[5](2)+2[5](1)+[4](42)$
$+[4](41)+3[4](31)+2[4](3)+3[4](21)+4[4](2)+3[4](1)+[4](0)+[3](42)$
$+[3](41)+4[3](31)+2[3](3)+4[3](21)+5[3](2)+4[3](1)+[3](0)+[2](52)$
$+[2](42)+2[2](41)+[2](4)+5[2](31)+3[2](3)+4[2](21)+6[2](2)+5[2](1)$
$+2[2](0)+[1](42)+[1](41)+3[1](31)+2[1](3)+3[1](21)+4[1](2)+4[1](1)$
$+[1](0)+[0](51)+[0](42)+[0](41)+2[0](31)+[0](3)+2[0](21)+2[0](2)+[0](1)$

(3^2) $[6](3)+[5](31)+[5](2)+[4](41)+[4](31)+[4](3)+[4](21)+[4](2)+[4](1)+[3](42)$
$+[3](31)+[3](3)+[3](21)+2[3](2)+[3](1)+[3](0)+[2](52)+[2](41)+2[2](31)$
$+[2](3)+2[2](21)+[2](2)+2[2](1)+[1](42)+[1](31)+2[1](2)+[1](1)+[1](0)$
$+[0](63)+[0](41)+[0](3)+[0](21)+[0](1)$

$(s;3)$ $[7](1)+[7](0)+[6](21)+[6](2)+2[6](1)+[6](0)+[5](31)+[5](3)+2[5](21)$
$+3[5](2)+4[5](1)+2[5](0)+[4](41)+3[4](31)+2[4](3)+4[4](21)+5[4](2)$
$+6[4](1)+2[4](0)+[3](42)+[3](41)+[3](4)+5[3](31)+4[3](3)+5[3](21)$
$+8[3](2)+7[3](1)+3[3](0)+[2](42)+2[2](41)+[2](4)+6[2](31)+5[2](3)$
$+6[2](21)+8[2](2)+7[2](1)+2[2](0)+[1](42)+2[1](41)+[1](4)+5[1](31)$
$+4[1](3)+4[1](21)+7[1](2)+5[1](1)+2[1](0)+[0](41)+2[0](31)+2[0](3)$
$+2[0](21)+2[0](2)+2[0](1)$

$(s;31)$ $[7](21)+[7](2)+[7](1)+2[6](31)+[6](3)+2[6](21)+3[6](2)+3[6](1)+[6](0)$
$+[5](42)+[5](41)+5[5](31)+3[5](3)+5[5](21)+7[5](2)+6[5](1)+2[5](0)$
$+2[4](42)+3[4](41)+[4](4)+9[4](31)+6[4](3)+9[4](21)+12[4](2)+10[4](1)$
$+3[4](0)+[3](52)+3[3](42)+5[3](41)+2[3](4)+13[3](31)+9[3](3)+11[3](21)$
$+16[3](2)+13[3](1)+4[3](0)+[2](52)+[2](51)+4[2](42)+6[2](41)+2[2](4)$
$+14[2](31)+10[2](3)+12[2](21)+17[2](2)+13[2](1)+4[2](0)+[1](52)+[1](51)$
$+3[1](42)+5[1](41)+2[1](4)+11[1](31)+8[1](3)+9[1](21)+13[1](2)+10[1](1)$
$+3[1](0)+[0](52)+[0](42)+2[0](41)+[0](4)+4[0](31)+3[0](3)+3[0](21)$
$+5[0](2)+4[0](1)+[0](0)$

$(s31^2)$ $[7](31)+[7](21)+[7](2)+[7](1)+[6](42)+2[6](31)+[6](3)+2[6](21)+3[6](2)$
$+2[6](1)+[6](0)+[5](42)+2[5](41)+5[5](31)+3[5](3)+5[5](21)+6[5](2)$
$+5[5](1)+[5](0)+[4](52)+2[4](42)+3[4](41)+[4](4)+8[4](31)+5[4](3)$
$+6[4](21)+10[4](2)+7[4](1)+2[4](0)+[3](52)+[3](51)+3[3](42)+5[3](41)$
$+2[3](4)+11[3](31)+8[3](3)+9[3](21)+12[3](2)+9[3](1)+2[3](0)+[2](52)$
$+[2](51)+4[2](42)+5[2](41)+3[2](4)+11[2](31)+8[2](3)+8[2](21)+13[2](2)$
$+8[2](1)+3[2](0)+[1](52)+[1](51)+[1](5)+2[1](42)+5[1](41)+2[1](4)$
$+9[1](31)+7[1](3)+7[1](21)+9[1](2)+7[1](1)+[1](0)+[0](42)+2[0](41)$
$+[0](4)+3[0](31)+2[0](3)+2[0](21)+4[0](2)+2[0](1)+[0](0)$

F_4	$SO_3 \times G_2$
$(s;32)$	$[7](31)+[7](3)+[7](2)+[6](41)+2[6](31)+2[6](3)+2[6](21)+2[6](2)+[6](1)$ $+2[5](42)+2[5](41)+[5](4)+5[5](31)+4[5](3)+3[5](21)+6[5](2)+3[5](1)$ $+[5](0)+[4](52)+2[4](42)+4[4](41)+[4](4)+8[4](31)+6[4](3)+6[4](21)$ $+8[4](2)+6[4](1)+[4](0)+2[3](52)+[3](51)+4[3](42)+5[3](41)+2[3](4)$ $+11[3](31)+7[3](3)+7[3](21)+12[3](2)+8[3](1)+3[3](0)+[2](63)+2[2](52)$ $+[2](51)+3[2](42)+6[2](41)+[2](4)+10[2](31)+8[2](3)+9[2](21)+10[2](2)$ $+9[2](1)+2[2](0)+[1](62)+2[1](52)+[1](51)+4[1](42)+4[1](41)+2[1](4)$ $+8[1](31)+5[1](3)+5[1](21)+10[1](2)+6[1](1)+3[1](0)+[0](52)+2[0](41)$ $+3[0](31)+2[0](3)+3[0](21)+2[0](2)+3[0](1)$
(4)	$[8](0)+[7](1)+[6](2)+[6](1)+[6](0)+[5](3)+[5](21)+[5](2)+2[5](1)+[5](0)$ $+[4](4)+[4](31)+[4](3)+[4](21)+3[4](2)+2[4](1)+2[4](0)+[3](41)+2[3](31)$ $+2[3](3)+2[3](21)+2[3](2)+3[3](1)+[2](42)+[2](41)+[2](4)+2[2](31)$ $+2[2](3)+[2](21)+4[2](2)+2[2](1)+2[2](0)+[1](41)+2[1](31)+2[1](3)$ $+2[1](21)+[1](2)+2[1](1)+[0](42)+[0](4)+[0](31)+2[0](2)+[0](0)$
(41)	$[8](1)+[7](21)+[7](2)+[7](1)+[7](0)+[6](31)+[6](3)+2[6](21)+2[6](2)$ $+3[6](1)+[6](0)+[5](41)+[5](4)+3[5](31)+2[5](3)+3[5](21)+5[5](2)$ $+5[5](1)+2[5](0)+[4](42)+2[4](41)+[4](4)+5[4](31)+5[4](3)+5[4](21)$ $+7[4](2)+7[4](1)+2[4](0)+[3](51)+2[3](42)+4[3](41)+2[3](4)+8[3](31)$ $+6[3](3)+7[3](21)+10[3](2)+7[3](1)+3[3](0)+[2](52)+2[2](42)+4[2](41)$ $+2[2](4)+8[2](31)+7[2](3)+6[2](21)+9[2](2)+8[2](1)+2[2](0)+[1](52)$ $+[1](51)+2[1](42)+4[1](41)+2[1](4)+7[1](31)+5[1](3)+5[1](21)+8[1](2)$ $+5[1](1)+2[1](0)+[0](42)+[0](41)+2[0](31)+2[0](3)+2[0](21)+2[0](2)+2[0](1)$
(41^2)	$[8](21)+[8](1)+[7](31)+[7](21)+2[7](2)+2[7](1)+[7](0)+[6](41)+3[6](31)$ $+2[6](3)+4[6](21)+4[6](2)+5[6](1)+[6](0)+2[5](42)+2[5](41)+[5](4)$ $+6[5](31)+4[5](3)+6[5](21)+9[5](2)+7[5](1)+3[5](0)+[4](52)+[4](51)$ $+2[4](42)+5[4](41)+2[4](4)+11[4](31)+9[4](3)+10[4](21)+12[4](2)+11[4](1)$ $+2[4](0)+[3](52)+[3](51)+4[3](42)+7[3](41)+4[3](4)+14[3](31)+10[3](3)$ $+10[3](21)+17[3](2)+11[3](1)+4[3](0)+2[2](52)+2[2](51)+[2](5)+4[2](42)$ $+9[2](41)+4[2](4)+15[2](31)+13[2](3)+12[2](21)+15[2](2)+12[2](1)+2[2](0)$ $+[1](52)+[1](51)+4[1](42)+6[1](41)+4[1](4)+11[1](31)+8[1](3)+7[1](21)$ $+13[1](2)+7[1](1)+3[1](0)+[0](52)+[0](51)+[0](5)+[0](42)+3[0](41)$ $+[0](4)+5[0](31)+5[0](3)+4[0](21)+3[0](2)+4[0](1)$

F_4 $\quad$ $SO_3 \times G_2$

(41^3)

$[8](2)+[8](1)+[8](0)+[7](31)+[7](3)+2[7](21)+2[7](2)+3[7](1)+[7](0)$
$+[6](42)+[6](41)+4[6](31)+2[6](3)+4[6](21)+6[6](2)+5[6](1)+2[6](0)$
$+[5](52)+2[5](42)+3[5](41)+[5](4)+8[5](31)+6[5](3)+7[5](21)+10[5](2)$
$+9[5](1)+3[5](0)+[4](52)+[4](51)+4[4](42)+6[4](41)+3[4](4)+13[4](31)$
$+9[4](3)+10[4](21)+16[4](2)+11[4](1)+4[4](0)+2[3](52)+2[3](51)+[3](5)$
$+5[3](42)+9[3](41)+4[3](4)+17[3](31)+14[3](3)+13[3](21)+18[3](2)+13[3](1)$
$+3[3](0)+2[2](52)+2[2](51)+[2](5)+5[2](42)+10[2](41)+6[2](4)+17[2](31)$
$+14[2](3)+11[2](21)+19[2](2)+12[2](1)+4[2](0)+2[1](52)+2[1](51)+[1](5)$
$+4[1](42)+8[1](41)+5[1](4)+13[1](31)+12[1](3)+9[1](21)+13[1](2)+9[1](1)$
$+2[1](0)+[0](51)+2[0](42)+3[0](41)+2[0](4)+5[0](31)+3[0](3)+3[0](21)$
$+6[0](2)+2[0](1)+[0](0)$

(42)

$[8](2)+[7](31)+[7](3)+[7](21)+[7](2)+[7](1)+[6](42)+[6](41)+[6](4)$
$+3[6](31)+2[6](3)+2[6](21)+4[6](2)+2[6](1)+[6](0)+[5](42)+3[5](41)$
$+[5](4)+6[5](31)+5[5](3)+5[5](21)+6[5](2)+5[5](1)+[5](0)+[4](52)$
$+[4](51)+4[4](42)+5[4](41)+3[4](4)+10[4](31)+7[4](3)+6[4](21)+12[4](2)$
$+7[4](1)+3[4](0)+2[3](52)+[3](51)+3[3](42)+7[3](41)+2[3](4)+12[3](31)$
$+10[3](3)+10[3](21)+12[3](2)+10[3](1)+2[3](0)+[2](62)+3[2](52)+2[2](51)$
$+6[2](42)+7[2](41)+4[2](4)+13[2](31)+9[2](3)+8[2](21)+15[2](2)+9[2](1)$
$+4[2](0)+[1](63)+2[1](52)+[1](51)+2[1](42)+6[1](41)+[1](4)+9[1](31)$
$+7[1](3)+8[1](21)+8[1](2)+8[1](1)+[1](0)+[0](62)+[0](52)+[0](51)$
$+3[0](42)+2[0](41)+2[0](4)+4[0](31)+2[0](3)+[0](21)+6[0](2)+2[0](1)+2[0](0)$

(421)

$[8](31)+[8](21)+[8](2)+[7](42)+[7](41)+3[7](31)+2[7](3)+2[7](21)+3[7](2)$
$+2[7](1)+2[6](42)+3[6](41)+[6](4)+7[6](31)+5[6](3)+5[6](21)+8[6](2)$
$+5[6](1)+[6](0)+2[5](52)+[5](51)+4[5](42)+7[5](41)+3[5](4)+14[5](31)$
$+10[5](3)+10[5](21)+14[5](2)+9[5](1)+2[5](0)+3[4](52)+2[4](51)+7[4](42)$
$+11[4](41)+5[4](4)+20[4](31)+15[4](3)+14[4](21)+21[4](2)+13[4](1)+4[4](0)$
$+[3](63)+[3](62)+5[3](52)+4[3](51)+[3](5)+9[3](42)+16[3](41)+7[3](4)$
$+25[3](31)+20[3](3)+17[3](21)+25[3](2)+17[3](1)+4[3](0)+[2](62)+5[2](52)$
$+4[2](51)+[2](5)+9[2](42)+15[2](41)+7[2](4)+25[2](31)+18[2](3)+16[2](21)$
$+25[2](2)+16[2](1)+4[2](0)+[1](63)+[1](62)+[1](61)+5[1](52)+4[1](51)$
$+[1](5)+7[1](42)+13[1](41)+6[1](4)+19[1](31)+15[1](3)+13[1](21)+18[1](2)$
$+12[1](1)+3[1](0)+[0](52)+[0](51)+3[0](42)+3[0](41)+2[0](4)+6[0](31)$
$+5[0](3)+4[0](21)+7[0](2)+4[0](1)+2[0](0)$

(421^2)

$[8](31)+[8](3)+[8](21)+[8](2)+[8](1)+[7](42)+[7](41)+3[7](31)+2[7](3)$
$+2[7](21)+4[7](2)+2[7](1)+[7](0)+[6](52)+2[6](42)+4[6](41)+[6](4)$
$+8[6](31)+6[6](3)+6[6](21)+8[6](2)+6[6](1)+[6](0)+2[5](52)+[5](51)$
$+5[5](42)+7[5](41)+3[5](4)+14[5](31)+10[5](3)+9[5](21)+15[5](2)+9[5](1)$
$+3[5](0)+[4](63)+4[4](52)+3[4](51)+[4](5)+7[4](42)+13[4](41)+5[4](4)$
$+21[4](31)+17[4](3)+15[4](21)+20[4](2)+14[4](1)+3[4](0)+[3](62)+5[3](52)$
$+4[3](51)+[3](5)+10[3](42)+15[3](41)+8[3](4)+25[3](31)+19[3](3)+15[3](21)$
$+26[3](2)+15[3](1)+5[3](0)+[2](63)+[2](62)+[2](61)+6[2](52)+5[2](51)$
$+2[2](5)+8[2](42)+18[2](41)+8[2](4)+25[2](31)+21[2](3)+17[2](21)+23[2](2)$
$+16[2](1)+3[2](0)+[1](62)+4[1](52)+4[1](51)+[1](5)+8[1](42)+11[1](41)$
$+7[1](4)+18[1](31)+14[1](3)+10[1](21)+19[1](2)+10[1](1)+4[1](0)+[0](63)$
$+[0](61)+2[0](52)+2[0](51)+[0](5)+[0](42)+6[0](41)+2[0](4)+7[0](31)$
$+7[0](3)+6[0](21)+5[0](2)+5[0](1)$

F_4 $SO_3 \times G_2$

(42^2) [8](42) + [8](31) + [8](2) + [7](41) + 2[7](31) + [7](3) + 2[7](21) + [7](2) + [7](1) + [6](52)
+2[6](42) + 2[6](41) + [6](4) + 4[6](31) + 3[6](3) + 2[6](21) + 5[6](2) + 2[6](1)
+[6](0) + [5](52) + [5](51) + 2[5](42) + 4[5](41) + [5](4) + 7[5](31) + 5[5](3)
+5[5](21) + 6[5](2) + 4[5](1) + [4](62) + 2[4](52) + 2[4](51) + 5[4](42) + 6[4](41)
+4[4](4) + 10[4](31) + 7[4](3) + 5[4](21) + 11[4](2) + 5[4](1) + 2[4](0) + [3](63)
+3[3](52) + 2[3](51) + [3](5) + 3[3](42) + 8[3](41) + 3[3](4) + 11[3](31) + 10[3](3)
+8[3](21) + 9[3](2) + 7[3](1) + [3](0) + [2](62) + [2](61) + 3[2](52) + 3[2](51)
+[2](5) + 6[2](42) + 8[2](41) + 5[2](4) + 12[2](31) + 8[2](3) + 6[2](21) + 12[2](2)
+5[2](1) + 2[2](0) + 2[1](52) + 2[1](51) + [1](5) + 2[1](42) + 6[1](41) + 2[1](4)
+8[1](31) + 7[1](3) + 6[1](21) + 6[1](2) + 5[1](1) + [0](62) + [0](6) + [0](52)
+[0](51) + 3[0](42) + 2[0](41) + 3[0](4) + 3[0](31) + 2[0](3) + 5[0](2) + [0](1) + 2[0](0)

(43) [8](3) + [7](41) + [7](4) + [7](31) + [7](3) + [7](2) + [6](42) + 2[6](41) + [6](4)
+3[6](31) + 3[6](3) + [6](21) + 2[6](2) + [6](1) + [5](52) + [5](51) + 2[5](42)
+4[5](41) + 2[5](4) + 5[5](31) + 5[5](3) + 3[5](21) + 5[5](2) + 2[5](1) + [5](0)
+2[4](52) + [4](51) + 3[4](42) + 5[4](41) + 2[4](4) + 8[4](31) + 7[4](3) + 5[4](21)
+7[4](2) + 5[4](1) + [4](0) + [3](63) + [3](62) + 3[3](52) + 2[3](51) + 4[3](42)
+7[3](41) + 3[3](4) + 10[3](31) + 7[3](3) + 6[3](21) + 10[3](2) + 6[3](1) + 2[3](0)
+[2](63) + [2](62) + 3[2](52) + [2](51) + 4[2](42) + 6[2](41) + 2[2](4) + 9[2](31)
+7[2](3) + 6[2](21) + 9[2](2) + 7[2](1) + 2[2](0) + [1](73) + [1](63) + [1](62)
+3[1](52) + 2[1](51) + 3[1](42) + 5[1](41) + 2[1](4) + 7[1](31) + 5[1](3) + 5[1](21)
+7[1](2) + 5[1](1) + 2[1](0) + [0](52) + [0](42) + [0](41) + 2[0](31) + 2[0](3)
+2[0](21) + 2[0](2) + 2[0](1)

(431) [8](41) + [8](31) + [8](3) + [7](42) + [7](41) + [7](4) + 2[7](31) + 2[7](3) + [7](21)
+2[7](2) + [6](52) + [6](51) + 2[6](42) + 4[6](41) + 2[6](4) + 5[6](31) + 5[6](3)
+3[6](21) + 4[6](2) + 2[6](1) + 2[5](52) + [5](51) + 3[5](42) + 6[5](41) + 3[5](4)
+9[5](31) + 7[5](3) + 4[5](21) + 8[5](2) + 4[5](1) + [5](0) + [4](63) + [4](62)
+4[4](52) + 3[4](51) + [4](5) + 5[4](42) + 10[4](41) + 4[4](4) + 13[4](31) + 11[4](3)
+8[4](21) + 11[4](2) + 7[4](1) + [4](0) + [3](63) + [3](62) + 4[3](52) + 3[3](51)
+7[3](42) + 10[3](41) + 5[3](4) + 14[3](31) + 11[3](3) + 9[3](21) + 14[3](2) + 8[3](1)
+3[3](0) + [2](73) + [2](63) + 2[2](62) + [2](61) + 6[2](52) + 4[2](51) + [2](5)
+6[2](42) + 11[2](41) + 5[2](4) + 15[2](31) + 12[2](3) + 9[2](21) + 13[2](2) + 9[2](1)
+2[2](0) + [1](63) + [1](62) + 3[1](52) + 2[1](51) + 4[1](42) + 7[1](41) + 3[1](4)
+10[1](31) + 7[1](3) + 6[1](21) + 10[1](2) + 6[1](1) + 2[1](0) + [0](72) + [0](63)
+[0](62) + 2[0](52) + 2[0](51) + [0](5) + 2[0](42) + 4[0](41) + [0](4) + 4[0](31)
+4[0](3) + 3[0](21) + 3[0](2) + 3[0](1)

(4^2) [8](4) + [7](41) + [7](3) + [6](51) + [6](42) + [6](41) + [6](4) + [6](31) + [6](3) + [6](2)
+[5](52) + 2[5](41) + [5](4) + 2[5](31) + 2[5](3) + [5](21) + [5](2) + [5](1) + [4](62)
+[4](52) + [4](51) + 2[4](42) + 2[4](41) + 2[4](4) + 3[4](31) + 2[4](3) + [4](21)
+3[4](2) + [4](1) + [4](0) + [3](63) + [3](52) + [3](51) + [3](42) + 3[3](41) + 3[3](31)
+3[3](3) + 3[3](21) + 2[3](2) + 2[3](1) + [2](73) + [2](62) + 2[2](52) + [2](51)
+2[2](42) + 2[2](41) + 2[2](4) + 3[2](31) + 2[2](3) + [2](21) + 4[2](2) + 2[2](1)
+[2](0) + [1](63) + [1](52) + 2[1](41) + 2[1](31) + 2[1](3) + 2[1](21) + [1](2)
+2[1](1) + [0](84) + [0](62) + [0](51) + 2[0](42) + [0](4) + [0](31) + 2[0](2) + [0](0)

Symmetrized Powers of the Adjoint Irrep (11) of F_4

$$
\begin{aligned}
(11)\otimes\{2\} &= (0)+(2)+(2^2)\\
(11)\otimes\{1^2\} &= (1^2)+(21^2)\\
\\
(11)\otimes\{3\} &= (3^2)+(31)+(21^2)+(s;1)+(1^2)\\
(11)\otimes\{21\} &= (321)+(31)+(s;2)+(2^2)+(21^2)+(2)+2(1^2)\\
(11)\otimes\{1^3\} &= (31^3)+(2^2)+(21^2)+(2)+(0)\\
\\
(11)\otimes\{4\} &= (4^2)+(42)+(4)+(321)+(31^3)+(s;21)\\
&\quad +(s;2)+2(2^2)+2(2)+(1)+(0)\\
(11)\otimes\{31\} &= (431)+(42)+(41^2)+(s;31)+(s;3)+(3^2)\\
&\quad +2(321)+(31^3)+3(31)+(s;21)+2(s;2)+2(2^2)\\
&\quad +3(21^2)+(21)+2(2)+(s;1)+2(1^2)\\
\\
(11)\otimes\{2^2\} &= (42^2)+(42)+(4)+(s;31)+(321)+2(31^3)+(31)\\
&\quad +(3)+(s;21)+(s;2)+3(2^2)+(21^2)+3(2)+2(0)\\
\\
(11)\otimes\{21^2\} &= (421^2)+(41^2)+(s;31)+(s;3)+(3^2)+2(321)\\
&\quad +(31^3)+(31^2)+3(31)+2(s;2)+(2^2)+4(21^2)\\
&\quad +(2)+(s;1)+3(1^2)\\
\\
(11)\otimes\{1^4\} &= (41^3)+(321)+(31^3)+(31)+(s;2)+(2^2)+(2)+(1^2)
\end{aligned}
$$

Symmetrised Powers of the Adjoint Irrep of E_6

$$(2:0)\otimes\{2\} = (4:0)+(2:21^4)+(0:0)$$

$$(2:0)\otimes\{1^2\} = (3:1^3)+(2:0)$$

$$(2:0)\otimes\{3\} = (6:0)+(4:21^4)+(3:1^3)+(2:21^4)+(2:0)$$

$$(2:0)\otimes\{21\} = (5:1^3)+(4:21^4)+(4:0)+(3:2^41)+(3:21)+(3:1^3)+(2:21^4)+(2:0)$$

$$(2:0)\otimes\{1^3\} = (4:2^21^2)+(4:0)+(3:1^3)+(2:21^4)+(0:0)$$

$$(2:0)\otimes\{4\} = (8:0)+(6:21^4)+(5:1^3)+(4:42^4)+(4:2^21^2)+(4:21^4)+2(4:0)+(3:2^41) + (3:21)+2(2:21^4)+(2:0)+(0:0)$$

$$(2:0)\otimes\{31\} = (7:1^3)+(6:21^4)+(6:0)+(5:32^21^2)+(5:2^41)+(5:21)+2(5:1^3)+(4:3^22^3) + (4:31^3)+(4:2^21^2)+4(4:21^4)+2(4:0)+2(3:2^41)+2(3:21)+4(3:1^3)+3(2:21^4)+2(2:0)$$

$$(2:0)\otimes\{2^2\} = (6:2^3)+(6:21^4)+(5:2^41)+(5:21)+(5:1^3)+(4:42^4)+2(4:2^21^2)+2(4:21^4) + 3(4:0)+(3:3^5)+(3:3)+(3:2^41)+(3:21)+(3:1^3)+3(2:21^4)+2(0:0)$$

$$(2:0)\otimes\{21^2\} = (6:2^21^2)+(6:0)+(5:32^21^2)+(5:2^41)+(5:21)+2(5:1^3)+(4:3^22^3)+(4:31^3) + 2(4:2^21^2)+3(4:21^4)+(4:0)+2(3:2^41)+2(3:21)+4(3:1^3)+2(2:21^4)+3(2:0)$$

$$(2:0)\otimes\{1^4\} = (5:3^21^3)+(5:32^3)+(5:1^3)+(4:2^21^2)+(4:21^4)+(4:0)+(3:2^41)+(3:21) + (2:21^4)+(2:0)$$

Branching Rules for $E_6 \to F_4$

The irreps of F_4 are all real. Thus the decompositions for contragradient partners of E_6 are the same and we only list the decompositions for those irreps of E_6 that have precendence in reverse lexical ordering of their partition labels.

E_6	F_4						
$(0:0)$	(0)						
$(1:1)$	(1)	$+ (0)$					
$(2:0)$	(1^2)	$+ (1)$					
$(2;1^2)$	$(s;1)$	$+ (1^2)$	$+ (1)$				
$(2:2)$	(2)	$+ (1)$	$+ (0)$				
$(2:21^4)$	(2)	$+ (s;1)$	$+ 2(1)$	$+ (0)$			
$(3:1)$	(21)	$+ (2)$	$+ (s;1)$	$+ (1^2)$	$+ (1)$		
$(3:1^3)$	(21^2)	$+ (21)$	$+ 2(s;1)$	$+ (1^2)$			
$(3:21)$	$(s;2)$	$+ (21)$	$+ (2)$	$+ (s;1)$	$+ (1^2)$	$+ (1)$	
$(3:21^3)$	$(s;2)$	$+ (21^2)$	$+ (21)$	$+ (2)$	$+ 2(s;1)$	$+ (1^2)$	$+ (1)$
$(3:3)$	(3)	$+ (2)$	$+ (1)$	$+ (0)$			
$(3:31^4)$	(3)	$+ (s;2)$	$+ 2(2)$	$+ (s;1)$	$+ 2(1)$	$+ (0)$	
$(4:0)$	(2^2)	$+ (21)$	$+ (2)$				
$(4:11)$	$(s;21)$	$+ (s;2)$	$+ (2^2)$	$+ (21^2)$	$+ 2(21)$	$+ (2)$	$+ (s;1)$
$(4:2)$	(31)	$+ (3)$	$+ (s;2)$	$+ (21)$	$+ (2)$	$+ (s;1)$	$+ (1^2)$
	$+ (1)$						
$(4:21^2)$	(31^2)	$+ (31)$	$+ (s;21)$	$+ 2(s;2)$	$+ 2(21^2)$	$+ 2(21)$	$+ 2(s;1)$
	$+ (1^2)$						
$(4:21^4)$	(31)	$+ (3)$	$+ (s;21)$	$+ 2(s;2)$	$+ (21^2)$	$+ 2(21)$	$+ 2(2)$
	$+ 2(s;1)$	$+ (1^2)$	$+ (1)$				
$(4:2^2)$	(31^3)	$+ (s;21)$	$+ (s;2)$	$+ (2^2)$	$+ (21)$	$+ (2)$	
$(4:2^21^2)$	(31^3)	$+ (31^2)$	$+ 2(s;21)$	$+ 2(s;2)$	$+ (2^2)$	$+ 2(21^2)$	$+ 2(21)$
	$+ (2)$	$+ (s;1)$					
$(4:31)$	$(s;3)$	$+ (31)$	$+ (3)$	$+ (s;2)$	$+ (21)$	$+ (2)$	$+ (s;1)$
	$+ (1^2)$	$+ (1)$					
$(4:31^3)$	$(s;3)$	$+ (31^2)$	$+ (31)$	$+ (3)$	$+ 2(s;2)$	$+ (21^2)$	$+ (21)$
	$+ (2)$	$+ 2(s;1)$	$+ (1^2)$	$+ (1)$			
$(4:321^3)$	$(s;3)$	$+ (31^3)$	$+ (31^2)$	$+ (31)$	$+ (3)$	$+ (s;21)$	$+ 3(s;2)$
	$+ (21^2)$	$+ 2(21)$	$+ 2(2)$	$+ 2(s;1)$	$+ (1^2)$	$+ (1)$	
$(4:4)$	(4)	$+ (3)$	$+ (2)$	$+ (1)$	$+ (0)$		
$(4:41^4)$	(4)	$+ (s;3)$	$+ 2(3)$	$+ (s;2)$	$+ 2(2)$	$+ (s;1)$	$+ 2(1)$
	$+ (0)$						
$(4:42^4)$	(4)	$+ (s;3)$	$+ (31^3)$	$+ 2(3)$	$+ 2(s;2)$	$+ 3(2)$	$+ (s;1)$
	$+ 2(1)$	$+ (0)$					
$(5:1^3)$	(321)	$+ (32)$	$+ (31^2)$	$+ (31)$	$+ 2(s;21)$	$+ 2(s;2)$	$+ (2^2)$
	$+ (21^2)$	$+ (21)$					
$(6:0)$	(3^2)	$+ (32)$	$+ (31)$	$+ (3)$			

Branching Rules for $E_6 \to U_1 \times SO_{10}$

The representations of U_1 are enclosed in curly brackets and normalised to integers while those of SO_{10} are enclosed in square brackets.

E_6	$U_1 \times SO_{10}$				
$(1:1)$	$\{2\}[1]$	$+\{-1\}[s;0]_+$	$+\{-4\}[0]$		
$(1:1^5)$	$\{4\}[0]$	$+\{1\}[s;0]_-$	$+\{-2\}[1]$		
$(2:0)$	$\{3\}[s;0]_+$	$+\{0\}[1^2]$	$+\{0\}[0]$	$+\{-3\}[s;0]_-$	
$(2:2)$	$\{4\}[2]$	$+\{1\}[s;1]_+$	$+\{-2\}[1^5]_+$	$+\{-2\}[1]$	$+\{-5\}[s;0]_+$
	$+\{-8\}[0]$				
$(2:2^5)$	$\{8\}[0]$	$+\{5\}[s;0]_-$	$+\{2\}[1^5]_-$	$+\{2\}[1]$	$+\{-1\}[s;1]_-$
	$+\{-4\}[2]$				
$(2:1^2)$	$\{4\}[1^2]$	$+\{1\}[s;1]_+$	$+\{1\}[s;0]_-$	$+\{-2\}[1^3]$	$+\{-2\}[1]$
	$+\{-5\}[s;0]_+$				
$(2:1^4)$	$\{5\}[s;0]_-$	$+\{2\}[1^3]$	$+\{2\}[1]$	$+\{-1\}[s;1]_-$	$+\{-1\}[s;0]_+$
	$+\{-4\}[1^2]$				
$(2:21^4)$	$\{6\}[1]$	$+\{3\}[s;1]_-$	$+\{3\}[s;0]_+$	$+\{0\}[2]$	$+\{0\}[1^4]$
	$+\{0\}[1^2]$	$+\{0\}[0]$	$+\{-3\}[s;1]_+$	$+\{-3\}[s;0]_-$	$+\{-6\}[1]$
$(3:1)$	$\{5\}[s;1]_+$	$+\{2\}[21]$	$+\{2\}[1^5]_+$	$+\{2\}[1^3]$	$+\{2\}[1]$
	$+\{-1\}[s;1^2]_+$	$+\{-1\}[s;1]_-$	$+2\{-1\}[s;0]_+$	$+\{-4\}[1^4]$	$+\{-4\}[1^2]$
	$+\{-4\}[0]$	$+\{-7\}[s;0]_-$			
$(3:1^5)$	$\{7\}[s;0]_+$	$+\{4\}[1^4]$	$+\{4\}[1^2]$	$+\{4\}[0]$	$+\{1\}[s;1^2]_-$
	$+\{1\}[s;1]_+$	$+2\{1\}[s;0]_-$	$+\{-2\}[21]$	$+\{-2\}[1^5]_-$	$+\{-2\}[1^3]$
	$+\{-2\}[1]$	$+\{-5\}[s;1]_-$			
$(3:1^3)$	$\{6\}[1^3]$	$+\{3\}[s;1^2]_+$	$+\{3\}[s;1]_-$	$+\{3\}[s;0]_+$	$+\{0\}[21^2]$
	$+\{0\}[1^4]$	$+2\{0\}[1^2]$	$+\{-3\}[s;1^2]_-$	$+\{-3\}[s;1]_+$	$+\{-3\}[s;0]_-$
	$+\{-6\}[1^3]$				
$(3:21)$	$\{6\}[21]$	$+\{3\}[s;2]_+$	$+\{3\}[s;1^2]_+$	$+\{3\}[s;1]_-$	$+\{0\}[21^4]_+$
	$+\{0\}[21^2]$	$+\{0\}[2]$	$+\{0\}[1^4]$	$+\{0\}[1^2]$	$+\{-3\}[s;1^3]_+$
	$+2\{-3\}[s;1]_+$	$+\{-3\}[s;0]_-$	$+\{-6\}[1^5]_+$	$+\{-6\}[1^3]$	$+\{-6\}[1]$
	$+\{-9\}[s;0]_+$				
$(3:2^41)$	$\{9\}[s;0]_-$	$+\{6\}[1^5]_-$	$+\{6\}[1^3]$	$+\{6\}[1]$	$+\{3\}[s;1^3]_-$
	$+2\{3\}[s;1]_-$	$+\{3\}[s;0]_+$	$+\{0\}[21^4]_-$	$+\{0\}[21^2]$	$+\{0\}[2]$
	$+\{0\}[1^4]$	$+\{0\}[1^2]$	$+\{-3\}[s;2]_-$	$+\{-3\}[s;1^2]_-$	$+\{-3\}[s;1]_+$
	$+\{-6\}[21]$				
$(3:21^3)$	$\{7\}[s;1]_-$	$+\{4\}[21^2]$	$+\{4\}[2]$	$+\{4\}[1^4]$	$+\{4\}[1^2]$
	$+\{1\}[s;2]_-$	$+\{1\}[s;1^3]_+$	$+\{1\}[s;1^2]_-$	$+2\{1\}[s;1]_+$	$+\{1\}[s;0]_-$
	$+\{-2\}[21^3]$	$+\{-2\}[21]$	$+\{-2\}[1^5]_+$	$+2\{-2\}[1^3]$	$+\{-2\}[1]$
	$+\{-5\}[s;1^2]_+$	$+\{-5\}[s;1]_-$	$+\{-5\}[s;0]_+$	$+\{-8\}[1^2]$	
$(3:2^21^3)$	$\{8\}[1^2]$	$+\{5\}[s;1^2]_-$	$+\{5\}[s;1]_+$	$+\{5\}[s;0]_-$	$+\{2\}[21^3]$
	$+\{2\}[21]$	$+\{2\}[1^5]_-$	$+2\{2\}[1^3]$	$+\{2\}[1]$	$+\{-1\}[s;2]_+$
	$+\{-1\}[s;1^3]_-$	$+\{-1\}[s;1^2]_+$	$+2\{-1\}[s;1]_-$	$+\{-1\}[s;0]_+$	$+\{-4\}[21^2]$
	$+\{-4\}[2]$	$+\{-4\}[1^4]$	$+\{-4\}[1^2]$	$+\{-7\}[s;1]_+$	
$(3:3)$	$\{6\}[3]$	$+\{3\}[s;2]_+$	$+\{0\}[21^4]_+$	$+\{0\}[2]$	$+\{-3\}[s;1^5]_+$
	$+\{-3\}[s;1]_+$	$+\{-6\}[1^5]_+$	$+\{-6\}[1]$	$+\{-9\}[s;0]_+$	$+\{-12\}[0]$
$(3:3^5)$	$\{12\}[0]$	$+\{9\}[s;0]_-$	$+\{6\}[1^5]_-$	$+\{6\}[1]$	$+\{3\}[s;1^5]_-$
	$+\{3\}[s;1]_-$	$+\{0\}[21^4]_-$	$+\{0\}[2]$	$+\{-3\}[s;2]_-$	$+\{-6\}[3]$
$(3:31^4)$	$\{8\}[2]$	$+\{5\}[s;2]_-$	$+\{5\}[s;1]_+$	$+\{2\}[3]$	$+\{2\}[21^3]$
	$+\{2\}[21]$	$+\{2\}[1^5]_+$	$+\{2\}[1]$	$+\{-1\}[s;2]_+$	$+\{-1\}[s;1^4]_+$
	$+\{-1\}[s;1^2]_+$	$+\{-1\}[s;1]_-$	$+\{-1\}[s;0]_+$	$+\{-4\}[21^4]_+$	$+\{-4\}[2]$
	$+\{-4\}[1^4]$	$+\{-4\}[1^2]$	$+\{-4\}[0]$	$+\{-7\}[s;1]_+$	$+\{-7\}[s;0]_-$
	$+\{-10\}[1]$				

$(3:32^4)$	$\{10\}[1]$	$+\{7\}[s;1]_-$	$+\{7\}[s;0]_+$	$+\{4\}[21^4]_-$	$+\{4\}[2]$
	$+\{4\}[1^4]$	$+\{4\}[1^2]$	$+\{4\}[0]$	$+\{1\}[s;2]_-$	$+\{1\}[s;1^4]_-$
	$+\{1\}[s;1^2]_-$	$+\{1\}[s;1]_+$	$+\{1\}[s;0]_-$	$+\{-2\}[3]$	$+\{-2\}[21^3]$
	$+\{-2\}[21]$	$+\{-2\}[1^5]_-$	$+\{-2\}[1]$	$+\{-5\}[s;2]_+$	$+\{-5\}[s;1]_-$
	$+\{-8\}[2]$				
$(4:0)$	$\{6\}[1^5]_+$	$+\{3\}[s;1^2]_+$	$+\{3\}[s;0]_+$	$+\{0\}[2^2]$	$+\{0\}[1^4]$
	$+\{0\}[1^2]$	$+\{0\}[0]$	$+\{-3\}[s;1^2]_-$	$+\{-3\}[s;0]_-$	$+\{-6\}[1^5]_-$
$(4:1^2)$	$\{7\}[s;1^2]_+$	$+\{4\}[2^2]$	$+\{4\}[21^4]_+$	$+\{4\}[21^2]$	$+\{4\}[1^4]$
	$+\{4\}[1^2]$	$+\{1\}[s;21]_+$	$+\{1\}[s;1^3]_+$	$+2\{1\}[s;1^2]_-$	$+2\{1\}[s;1]_+$
	$+\{1\}[s;0]_-$	$+\{-2\}[2^21]$	$+\{-2\}[21^3]$	$+\{-2\}[21]$	$+\{-2\}[1^5]_+$
	$+\{-2\}[1^5]_-$	$+2\{-2\}[1^3]$	$+\{-2\}[1]$	$+\{-5\}[s;1^3]_-$	$+\{-5\}[s;1^2]_+$
	$+\{-5\}[s;1]_-$	$+\{-5\}[s;0]_+$	$+\{-8\}[1^4]$		
$(4:1^4)$	$\{8\}[1^4]$	$+\{5\}[s;1^3]_+$	$+\{5\}[s;1^2]_-$	$+\{5\}[s;1]_+$	$+\{5\}[s;0]_-$
	$+\{2\}[2^21]$	$+\{2\}[21^3]$	$+\{2\}[21]$	$+\{2\}[1^5]_+$	$+\{2\}[1^5]_-$
	$+2\{2\}[1^3]$	$+\{2\}[1]$	$+\{-1\}[s;21]_-$	$+\{-1\}[s;1^3]_-$	$+2\{-1\}[s;1^2]_+$
	$+2\{-1\}[s;1]_-$	$+\{-1\}[s;0]_+$	$+\{-4\}[2^2]$	$+\{-4\}[21^4]_-$	$+\{-4\}[21^2]$
	$+\{-4\}[1^4]$	$+\{-4\}[1^2]$	$+\{-7\}[s;1^2]_-$		
$(4:2)$	$\{7\}[s;2]_+$	$+\{4\}[31]$	$+\{4\}[21^4]_+$	$+\{4\}[21^2]$	$+\{4\}[2]$
	$+\{1\}[s;21]_+$	$+\{1\}[s;2]_-$	$+\{1\}[s;1^5]_+$	$+\{1\}[s;1^3]_+$	$+2\{1\}[s;1]_+$
	$+\{-2\}[2^21^3]_+$	$+\{-2\}[21^3]$	$+\{-2\}[21]$	$+2\{-2\}[1^5]_+$	$+\{-2\}[1^3]$
	$+\{-2\}[1]$	$+\{-5\}[s;1^4]_+$	$+\{-5\}[s;1^2]_+$	$+\{-5\}[s;1]_-$	$+2\{-5\}[s;0]_+$
	$+\{-8\}[1^4]$	$+\{-8\}[1^2]$	$+\{-8\}[0]$	$+\{-11\}[s;0]_-$	
$(4:2^5)$	$\{11\}[s;0]_+$	$+\{8\}[1^4]$	$+\{8\}[1^2]$	$+\{8\}[0]$	$+\{5\}[s;1^4]_-$
	$+\{5\}[s;1^2]_-$	$+\{5\}[s;1]_+$	$+2\{5\}[s;0]_-$	$+\{2\}[2^21^3]_-$	$+\{2\}[21^3]$
	$+\{2\}[21]$	$+2\{2\}[1^5]_-$	$+\{2\}[1^3]$	$+\{2\}[1]$	$+\{-1\}[s;21]_-$
	$+\{-1\}[s;2]_+$	$+\{-1\}[s;1^5]_-$	$+\{-1\}[s;1^3]_-$	$+2\{-1\}[s;1]_-$	$+\{-4\}[31]$
	$+\{-4\}[21^4]_-$	$+\{-4\}[21^2]$	$+\{-4\}[2]$	$+\{-7\}[s;2]_-$	
$(4:21^2)$	$\{8\}[21^2]$	$+\{5\}[s;21]_+$	$+\{5\}[s;2]_-$	$+\{5\}[s;1^3]_+$	$+\{5\}[s;1^2]_-$
	$+\{5\}[s;1]_+$	$+\{2\}[31^2]$	$+\{2\}[2^21^3]_+$	$+\{2\}[2^21]$	$+2\{2\}[21^3]$
	$+2\{2\}[21]$	$+\{2\}[1^5]_+$	$+2\{2\}[1^3]$	$+\{-1\}[s;21^2]_+$	$+\{-1\}[s;21]_-$
	$+\{-1\}[s;2]_+$	$+\{-1\}[s;1^4]_+$	$+\{-1\}[s;1^3]_-$	$+3\{-1\}[s;1^2]_+$	$+2\{-1\}[s;1]_-$
	$+\{-1\}[s;0]_+$	$+\{-4\}[2^21^2]$	$+\{-4\}[21^4]_+$	$+2\{-4\}[21^2]$	$+2\{-4\}[1^4]$
	$+2\{-4\}[1^2]$	$+\{-7\}[s;1^3]_+$	$+\{-7\}[s;1^2]_-$	$+\{-7\}[s;1]_+$	$+\{-7\}[s;0]_-$
	$+\{-10\}[1^3]$				
$(4:2^31^3)$	$\{10\}[1^3]$	$+\{7\}[s;1^3]_-$	$+\{7\}[s;1^2]_+$	$+\{7\}[s;1]_-$	$+\{7\}[s;0]_+$
	$+\{4\}[2^21^2]$	$+\{4\}[21^4]_-$	$+2\{4\}[21^2]$	$+2\{4\}[1^4]$	$+2\{4\}[1^2]$
	$+\{1\}[s;21^2]_-$	$+\{1\}[s;21]_+$	$+\{1\}[s;2]_-$	$+\{1\}[s;1^4]_-$	$+\{1\}[s;1^3]_+$
	$+3\{1\}[s;1^2]_-$	$+2\{1\}[s;1]_+$	$+\{1\}[s;0]_-$	$+\{-2\}[31^2]$	$+\{-2\}[2^21^3]_-$
	$+\{-2\}[2^21]$	$+2\{-2\}[21^3]$	$+2\{-2\}[21]$	$+\{-2\}[1^5]_-$	$+2\{-2\}[1^3]$
	$+\{-5\}[s;21]_-$	$+\{-5\}[s;2]_+$	$+\{-5\}[s;1^3]_-$	$+\{-5\}[s;1^2]_+$	$+\{-5\}[s;1]_-$
	$+\{-8\}[21^2]$				
$(4:21^4)$	$\{9\}[s;1]_+$	$+\{6\}[21^3]$	$+\{6\}[21]$	$+\{6\}[1^5]_+$	$+\{6\}[1^3]$
	$+\{6\}[1]$	$+\{3\}[s;21]_-$	$+\{3\}[s;2]_+$	$+\{3\}[s;1^4]_+$	$+\{3\}[s;1^3]_-$
	$+2\{3\}[s;1^2]_+$	$+2\{3\}[s;1]_-$	$+2\{3\}[s;0]_+$	$+\{0\}[31]$	$+\{0\}[2^21^2]$
	$+\{0\}[2^2]$	$+\{0\}[21^4]_+$	$+\{0\}[21^4]_-$	$+2\{0\}[21^2]$	$+\{0\}[2]$
	$+3\{0\}[1^4]$	$+2\{0\}[1^2]$	$+\{0\}[0]$	$+\{-3\}[s;21]_+$	$+\{-3\}[s;2]_-$
	$+\{-3\}[s;1^4]_-$	$+\{-3\}[s;1^3]_+$	$+2\{-3\}[s;1^2]_-$	$+2\{-3\}[s;1]_+$	$+2\{-3\}[s;0]_-$
	$+\{-6\}[21^3]$	$+\{-6\}[21]$	$+\{-6\}[1^5]_-$	$+\{-6\}[1^3]$	$+\{-6\}[1]$
	$+\{-9\}[s;1]_-$				

$(4:2^2)$	$\{8\}[2^2]$	$+\ \{5\}[s;21]_+$	$+\ \{5\}[s;1^2]_-$	$+\ \{2\}[31^4]_+$	$+\ \{2\}[2^21]$
	$+\ \{2\}[21^3]$	$+\ \{2\}[21]$	$+\ \{2\}[1^5]_-$	$+\ \{-1\}[s;21^2]_+$	$+\ \{-1\}[s;2]_+$
	$+\ \{-1\}[s;1^3]_-$	$+\ \{-1\}[s;1^2]_+$	$+\ \{-1\}[s;1]_-$	$+\ \{-4\}[2^3]$	$+\ \{-4\}[21^4]_+$
	$+\ \{-4\}[21^2]$	$+\ \{-4\}[2]$	$+\ \{-4\}[1^4]$	$+\ \{-7\}[s;1^3]_+$	$+\ \{-7\}[s;1]_+$
	$+\ \{-10\}[1^5]_+$				
$(4:2^4)$	$\{10\}[1^5]_-$	$+\ \{7\}[s;1^3]_-$	$+\ \{7\}[s;1]_-$	$+\ \{4\}[2^3]$	$+\ \{4\}[21^4]_-$
	$+\ \{4\}[21^2]$	$+\ \{4\}[2]$	$+\ \{4\}[1^4]$	$+\ \{1\}[s;21^2]_-$	$+\ \{1\}[s;2]_-$
	$+\ \{1\}[s;1^3]_+$	$+\ \{1\}[s;1^2]_-$	$+\ \{1\}[s;1]_+$	$+\ \{-2\}[31^4]_-$	$+\ \{-2\}[2^21]$
	$+\ \{-2\}[21^3]$	$+\ \{-2\}[21]$	$+\ \{-2\}[1^5]_+$	$+\ \{-5\}[s;21]_-$	$+\ \{-5\}[s;1^2]_+$
	$+\ \{-8\}[2^2]$				
$(4:2^21^2)$	$\{9\}[s;1^2]_-$	$+\ \{6\}[2^21]$	$+\ \{6\}[21^3]$	$+\ \{6\}[21]$	$+\ \{6\}[1^5]_-$
	$+\ \{6\}[1^3]$	$+\ \{3\}[s;21^2]_+$	$+\ \{3\}[s;21]_-$	$+\ \{3\}[s;2]_+$	$+\ 2\{3\}[s;1^3]_-$
	$+\ 2\{3\}[s;1^2]_+$	$+\ 2\{3\}[s;1]_-$	$+\ \{0\}[31^3]$	$+\ \{0\}[2^3]$	$+\ \{0\}[2^21^2]$
	$+\ \{0\}[2^2]$	$+\ \{0\}[21^4]_+$	$+\ \{0\}[21^4]_-$	$+\ 3\{0\}[21^2]$	$+\ \{0\}[2]$
	$+\ 2\{0\}[1^4]$	$+\ \{0\}[1^2]$	$+\ \{-3\}[s;21^2]_-$	$+\ \{-3\}[s;21]_+$	$+\ \{-3\}[s;2]_-$
	$+\ 2\{-3\}[s;1^3]_+$	$+\ 2\{-3\}[s;1^2]_-$	$+\ 2\{-3\}[s;1]_+$	$+\ \{-6\}[2^21]$	$+\ \{-6\}[21^3]$
	$+\ \{-6\}[21]$	$+\ \{-6\}[1^5]_+$	$+\ \{-6\}[1^3]$	$+\ \{-9\}[s;1^2]_+$	
$(4:31)$	$\{8\}[31]$	$+\ \{5\}[s;3]_+$	$+\ \{5\}[s;21]_+$	$+\ \{5\}[s;2]_-$	$+\ \{2\}[31^4]_+$
	$+\ \{2\}[31^2]$	$+\ \{2\}[3]$	$+\ \{2\}[2^21^3]_+$	$+\ \{2\}[21^3]$	$+\ \{2\}[21]$
	$+\ \{-1\}[s;21^4]_+$	$+\ \{-1\}[s;21^2]_+$	$+\ 2\{-1\}[s;2]_+$	$+\ \{-1\}[s;1^4]_+$	$+\ \{-1\}[s;1^2]_+$
	$+\ \{-1\}[s;1]_-$	$+\ \{-4\}[2^31^2]_+$	$+\ 2\{-4\}[21^4]_+$	$+\ \{-4\}[21^2]$	$+\ \{-4\}[2]$
	$+\ \{-4\}[1^4]$	$+\ \{-4\}[1^2]$	$+\ \{-7\}[s;1^5]_+$	$+\ \{-7\}[s;1^3]_+$	$+\ 2\{-7\}[s;1]_+$
	$+\ \{-7\}[s;0]_-$	$+\ \{-10\}[1^5]_+$	$+\ \{-10\}[1^3]$	$+\ \{-10\}[1]$	$+\ \{-13\}[s;0]_+$
$(4:3^42)$	$\{13\}[s;0]_-$	$+\ \{10\}[1^5]_-$	$+\ \{10\}[1^3]$	$+\ \{10\}[1]$	$+\ \{7\}[s;1^5]_-$
	$+\ \{7\}[s;1^3]_-$	$+\ 2\{7\}[s;1]_-$	$+\ \{7\}[s;0]_+$	$+\ \{4\}[2^31^2]_-$	$+\ 2\{4\}[21^4]_-$
	$+\ \{4\}[21^2]$	$+\ \{4\}[2]$	$+\ \{4\}[1^4]$	$+\ \{4\}[1^2]$	$+\ \{1\}[s;21^4]_-$
	$+\ \{1\}[s;21^2]_-$	$+\ 2\{1\}[s;2]_-$	$+\ \{1\}[s;1^4]_-$	$+\ \{1\}[s;1^2]_-$	$+\ \{1\}[s;1]_+$
	$+\ \{-2\}[31^4]_-$	$+\ \{-2\}[31^2]$	$+\ \{-2\}[3]$	$+\ \{-2\}[2^21^3]_-$	$+\ \{-2\}[21^3]$
	$+\ \{-2\}[21]$	$+\ \{-5\}[s;3]_-$	$+\ \{-5\}[s;21]_-$	$+\ \{-5\}[s;2]_+$	$+\ \{-8\}[31]$
$(4:31^3)$	$\{9\}[s;2]_-$	$+\ \{6\}[31^2]$	$+\ \{6\}[3]$	$+\ \{6\}[21^3]$	$+\ \{6\}[21]$
	$+\ \{3\}[s;3]_-$	$+\ \{3\}[s;21^2]_+$	$+\ \{3\}[s;21]_-$	$+\ 2\{3\}[s;2]_+$	$+\ \{3\}[s;1^4]_+$
	$+\ \{3\}[s;1^2]_+$	$+\ \{3\}[s;1]_-$	$+\ \{0\}[31^3]$	$+\ \{0\}[31]$	$+\ \{0\}[2^31^2]_+$
	$+\ \{0\}[2^21^2]$	$+\ 2\{0\}[21^4]_+$	$+\ 2\{0\}[21^2]$	$+\ \{0\}[2]$	$+\ \{0\}[1^4]$
	$+\ \{0\}[1^2]$	$+\ \{-3\}[s;21^3]_+$	$+\ \{-3\}[s;21]_+$	$+\ \{-3\}[s;2]_-$	$+\ \{-3\}[s;1^5]_+$
	$+\ 2\{-3\}[s;1^3]_+$	$+\ \{-3\}[s;1^2]_-$	$+\ 2\{-3\}[s;1]_+$	$+\ \{-3\}[s;0]_-$	$+\ \{-6\}[2^21^3]_+$
	$+\ \{-6\}[21^3]$	$+\ \{-6\}[21]$	$+\ \{-6\}[1^5]_+$	$+\ 2\{-6\}[1^3]$	$+\ \{-6\}[1]$
	$+\ \{-9\}[s;1^2]_+$	$+\ \{-9\}[s;1]_-$	$+\ \{-9\}[s;0]_+$	$+\ \{-12\}[1^2]$	
$(4:3^22^3)$	$\{12\}[1^2]$	$+\ \{9\}[s;1^2]_-$	$+\ \{9\}[s;1]_+$	$+\ \{9\}[s;0]_-$	$+\ \{6\}[2^21^3]_-$
	$+\ \{6\}[21^3]$	$+\ \{6\}[21]$	$+\ \{6\}[1^5]_-$	$+\ 2\{6\}[1^3]$	$+\ \{6\}[1]$
	$+\ \{3\}[s;21^3]_-$	$+\ \{3\}[s;21]_-$	$+\ \{3\}[s;2]_+$	$+\ \{3\}[s;1^5]_-$	$+\ 2\{3\}[s;1^3]_-$
	$+\ \{3\}[s;1^2]_+$	$+\ 2\{3\}[s;1]_-$	$+\ \{3\}[s;0]_+$	$+\ \{0\}[31^3]$	$+\ \{0\}[31]$
	$+\ \{0\}[2^31^2]_-$	$+\ \{0\}[2^21^2]$	$+\ 2\{0\}[21^4]_-$	$+\ 2\{0\}[21^2]$	$+\ \{0\}[2]$
	$+\ \{0\}[1^4]$	$+\ \{0\}[1^2]$	$+\ \{-3\}[s;3]_+$	$+\ \{-3\}[s;21^2]_-$	$+\ \{-3\}[s;21]_+$
	$+\ 2\{-3\}[s;2]_-$	$+\ \{-3\}[s;1^4]_-$	$+\ \{-3\}[s;1^2]_-$	$+\ \{-3\}[s;1]_+$	$+\ \{-6\}[31^2]$
	$+\ \{-6\}[3]$	$+\ \{-6\}[21^3]$	$+\ \{-6\}[21]$	$+\ \{-9\}[s;2]_+$	

$(4:321^3)$	$\{10\}[21]$	$+\{7\}[s;21]_-$	$+\{7\}[s;2]_+$	$+\{7\}[s;1^2]_+$	$+\{7\}[s;1]_-$
	$+\{4\}[31^3]$	$+\{4\}[31]$	$+\{4\}[2^21^2]$	$+\{4\}[2^2]$	$+\{4\}[21^4]_+$
	$+\{4\}[21^4]_-$	$+2\{4\}[21^2]$	$+\{4\}[2]$	$+\{4\}[1^4]$	$+\{4\}[1^2]$
	$+\{1\}[s;3]_+$	$+\{1\}[s;21^3]_+$	$+\{1\}[s;21^2]_-$	$+2\{1\}[s;21]_+$	$+2\{1\}[s;2]_-$
	$+\{1\}[s;1^4]_-$	$+2\{1\}[s;1^3]_+$	$+2\{1\}[s;1^2]_-$	$+2\{1\}[s;1]_+$	$+\{1\}[s;0]_-$
	$+\{-2\}[31^4]_+$	$+\{-2\}[31^2]$	$+\{-2\}[3]$	$+\{-2\}[2^31]$	$+\{-2\}[2^21^3]_+$
	$+\{-2\}[2^21]$	$+3\{-2\}[21^3]$	$+2\{-2\}[21]$	$+\{-2\}[1^5]_+$	$+\{-2\}[1^5]_-$
	$+2\{-2\}[1^3]$	$+\{-2\}[1]$	$+\{-5\}[s;21^2]_+$	$+2\{-5\}[s;2]_+$	$+\{-5\}[s;1^4]_+$
	$+\{-5\}[s;1^3]_-$	$+2\{-5\}[s;1^2]_+$	$+2\{-5\}[s;1]_-$	$+\{-5\}[s;0]_+$	$+\{-8\}[21^4]_+$
	$+\{-8\}[21^2]$	$+\{-8\}[2]$	$+\{-8\}[1^4]$	$+\{-8\}[1^2]$	$+\{-11\}[s;1]_+$
$(4:32^31)$	$\{11\}[s;1]_-$	$+\{8\}[21^4]_-$	$+\{8\}[21^2]$	$+\{8\}[2]$	$+\{8\}[1^4]$
	$+\{8\}[1^2]$	$+\{5\}[s;21^2]_-$	$+2\{5\}[s;2]_-$	$+\{5\}[s;1^4]_-$	$+\{5\}[s;1^3]_+$
	$+2\{5\}[s;1^2]_-$	$+2\{5\}[s;1]_+$	$+\{5\}[s;0]_-$	$+\{2\}[31^4]_-$	$+\{2\}[31^2]$
	$+\{2\}[3]$	$+\{2\}[2^31]$	$+\{2\}[2^21^3]_-$	$+\{2\}[2^21]$	$+3\{2\}[21^3]$
	$+2\{2\}[21]$	$+\{2\}[1^5]_+$	$+\{2\}[1^5]_-$	$+2\{2\}[1^3]$	$+\{2\}[1]$
	$+\{-1\}[s;3]_-$	$+\{-1\}[s;21^3]_-$	$+\{-1\}[s;21^2]_+$	$+2\{-1\}[s;21]_-$	$+2\{-1\}[s;2]_+$
	$+\{-1\}[s;1^4]_+$	$+2\{-1\}[s;1^3]_-$	$+2\{-1\}[s;1^2]_+$	$+2\{-1\}[s;1]_-$	$+\{-1\}[s;0]_+$
	$+\{-4\}[31^3]$	$+\{-4\}[31]$	$+\{-4\}[2^21^2]$	$+\{-4\}[2^2]$	$+\{-4\}[21^4]_+$
	$+\{-4\}[21^4]_-$	$+2\{-4\}[21^2]$	$+\{-4\}[2]$	$+\{-4\}[1^4]$	$+\{-4\}[1^2]$
	$+\{-7\}[s;21]_+$	$+\{-7\}[s;2]_-$	$+\{-7\}[s;1^2]_-$	$+\{-7\}[s;1]_+$	$+\{-10\}[21]$
$(4:4)$	$\{8\}[4]$	$+\{5\}[s;3]_+$	$+\{2\}[31^4]_+$	$+\{2\}[3]$	$+\{-1\}[s;21^4]_+$
	$+\{-1\}[s;2]_+$	$+\{-4\}[2^5]_+$	$+\{-4\}[21^4]_+$	$+\{-4\}[2]$	$+\{-7\}[s;1^5]_+$
	$+\{-7\}[s;1]_+$	$+\{-10\}[1^5]_+$	$+\{-10\}[1]$	$+\{-13\}[s;0]_+$	$+\{-16\}[0]$
$(4:4^5)$	$\{16\}[0]$	$+\{13\}[s;0]_-$	$+\{10\}[1^5]_-$	$+\{10\}[1]$	$+\{7\}[s;1^5]_-$
	$+\{7\}[s;1]_-$	$+\{4\}[2^5]_-$	$+\{4\}[21^4]_-$	$+\{4\}[2]$	$+\{1\}[s;21^4]_-$
	$+\{1\}[s;2]_-$	$+\{-2\}[31^4]_-$	$+\{-2\}[3]$	$+\{-5\}[s;3]_-$	$+\{-8\}[4]$
$(4:41^4)$	$\{10\}[3]$	$+\{7\}[s;3]_-$	$+\{7\}[s;2]_+$	$+\{4\}[4]$	$+\{4\}[31^3]$
	$+\{4\}[31]$	$+\{4\}[21^4]_+$	$+\{4\}[2]$	$+\{1\}[s;3]_+$	$+\{1\}[s;21^3]_+$
	$+\{1\}[s;21]_+$	$+\{1\}[s;2]_-$	$+\{1\}[s;1^5]_+$	$+\{1\}[s;1]_+$	$+\{-2\}[31^4]_+$
	$+\{-2\}[3]$	$+\{-2\}[2^41]_+$	$+\{-2\}[2^21^3]_+$	$+\{-2\}[21^3]$	$+\{-2\}[21]$
	$+\{-2\}[1^5]_+$	$+\{-2\}[1]$	$+\{-5\}[s;21^4]_+$	$+\{-5\}[s;2]_+$	$+\{-5\}[s;1^4]_+$
	$+\{-5\}[s;1^2]_+$	$+\{-5\}[s;1]_-$	$+\{-5\}[s;0]_+$	$+\{-8\}[21^4]_+$	$+\{-8\}[2]$
	$+\{-8\}[1^4]$	$+\{-8\}[1^2]$	$+\{-8\}[0]$	$+\{-11\}[s;1]_+$	$+\{-11\}[s;0]_-$
	$+\{-14\}[1]$				
$(4:43^4)$	$\{14\}[1]$	$+\{11\}[s;1]_-$	$+\{11\}[s;0]_+$	$+\{8\}[21^4]_-$	$+\{8\}[2]$
	$+\{8\}[1^4]$	$+\{8\}[1^2]$	$+\{8\}[0]$	$+\{5\}[s;21^4]_-$	$+\{5\}[s;2]_-$
	$+\{5\}[s;1^4]_-$	$+\{5\}[s;1^2]_-$	$+\{5\}[s;1]_+$	$+\{5\}[s;0]_-$	$+\{2\}[31^4]_-$
	$+\{2\}[3]$	$+\{2\}[2^41]_-$	$+\{2\}[2^21^3]_-$	$+\{2\}[21^3]$	$+\{2\}[21]$
	$+\{2\}[1^5]_-$	$+\{2\}[1]$	$+\{-1\}[s;3]_-$	$+\{-1\}[s;21^3]_-$	$+\{-1\}[s;21]_-$
	$+\{-1\}[s;2]_+$	$+\{-1\}[s;1^5]_-$	$+\{-1\}[s;1]_-$	$+\{-4\}[4]$	$+\{-4\}[31^3]$
	$+\{-4\}[31]$	$+\{-4\}[21^4]_-$	$+\{-4\}[2]$	$+\{-7\}[s;3]_+$	$+\{-7\}[s;2]_-$
	$+\{-10\}[3]$				
$(4:42^4)$	$\{12\}[2]$	$+\{9\}[s;2]_-$	$+\{9\}[s;1]_+$	$+\{6\}[31^4]_-$	$+\{6\}[3]$
	$+\{6\}[21^3]$	$+\{6\}[21]$	$+\{6\}[1^5]_+$	$+\{6\}[1]$	$+\{3\}[s;3]_-$
	$+\{3\}[s;21^3]_-$	$+\{3\}[s;21]_-$	$+\{3\}[s;2]_+$	$+\{3\}[s;1^4]_+$	$+\{3\}[s;1^2]_+$
	$+\{3\}[s;1]_-$	$+\{3\}[s;0]_+$	$+\{0\}[4]$	$+\{0\}[31^3]$	$+\{0\}[31]$
	$+\{0\}[2^4]$	$+\{0\}[2^21^2]$	$+\{0\}[2^2]$	$+\{0\}[21^4]_+$	$+\{0\}[21^4]_-$
	$+\{0\}[2]$	$+\{0\}[1^4]$	$+\{0\}[1^2]$	$+\{0\}[0]$	$+\{-3\}[s;3]_+$
	$+\{-3\}[s;21^3]_+$	$+\{-3\}[s;21]_+$	$+\{-3\}[s;2]_-$	$+\{-3\}[s;1^4]_-$	$+\{-3\}[s;1^2]_-$
	$+\{-3\}[s;1]_+$	$+\{-3\}[s;0]_-$	$+\{-6\}[31^4]_+$	$+\{-6\}[3]$	$+\{-6\}[21^3]$
	$+\{-6\}[21]$	$+\{-6\}[1^5]_-$	$+\{-6\}[1]$	$+\{-9\}[s;2]_+$	$+\{-9\}[s;1]_-$
	$+\{-12\}[2]$				

$(5:1^3)$	$\{9\}[s;1^3]_+$	$+\ \{6\}[2^21^3]_+$	$+\ \{6\}[2^21]$	$+\ \{6\}[21^3]$	$+\ \{6\}[1^5]_+$
	$+\ \{6\}[1^3]$	$+\ \{3\}[s;2^2]_+$	$+\ \{3\}[s;21^2]_+$	$+\ \{3\}[s;21]_-$	$+\ \{3\}[s;1^4]_+$
	$+\ \{3\}[s;1^3]_-$	$+\ 3\{3\}[s;1^2]_+$	$+\ \{3\}[s;1]_-$	$+\ \{3\}[s;0]_+$	$+\ \{0\}[321]$
	$+\ 2\{0\}[2^21^2]$	$+\ 2\{0\}[2^2]$	$+\ \{0\}[21^4]_+$	$+\ \{0\}[21^4]_-$	$+\ 2\{0\}[21^2]$
	$+\ 2\{0\}[1^4]$	$+\ 2\{0\}[1^2]$	$+\ \{-3\}[s;2^2]_-$	$+\ \{-3\}[s;21^2]_-$	$+\ \{-3\}[s;21]_+$
	$+\ \{-3\}[s;1^4]_-$	$+\ \{-3\}[s;1^3]_+$	$+\ 3\{-3\}[s;1^2]_-$	$+\ \{-3\}[s;1]_+$	$+\ \{-3\}[s;0]_-$
	$+\ \{-6\}[2^21^3]_-$	$+\ \{-6\}[2^21]$	$+\ \{-6\}[21^3]$	$+\ \{-6\}[1^5]_-$	$+\ \{-6\}[1^3]$
	$+\ \{-9\}[s;1^3]_-$				
$(6:0)$	$\{9\}[s;1^5]_+$	$+\ \{6\}[2^21^3]_+$	$+\ \{6\}[1^5]_+$	$+\ \{3\}[s;2^2]_+$	$+\ \{3\}[s;1^4]_+$
	$+\ \{3\}[s;1^2]_+$	$+\ \{3\}[s;0]_+$	$+\ \{0\}[3^2]$	$+\ \{0\}[2^21^2]$	$+\ \{0\}[2^2]$
	$+\ \{0\}[1^4]$	$+\ \{0\}[1^2]$	$+\ \{0\}[0]$	$+\ \{-3\}[s;2^2]_-$	$+\ \{-3\}[s;1^4]_-$
	$+\ \{-3\}[s;1^2]_-$	$+\ \{-3\}[s;0]_-$	$+\ \{-6\}[2^21^3]_-$	$+\ \{-6\}[1^5]_-$	$+\ \{-9\}[s;1^5]_-$

Branching Rules for $E_6 \to SU_3 \times G_2$

The representations of SU_3 are enclosed in curly brackets and those of G_2 in curved brackets. The labels $(\lambda_1\lambda_2)$ for G_2 are based on the maximal SU_3 subgroup. The corresponding Racah labels (u_1u_2)may be found by the relationship

$$u_1 = \lambda_1 - \lambda_2, \quad u_2 = \lambda_2$$

E_6	$SU_3 \times G_2$						
$(0:0)$	$\{0\}(0)$						
$(1:1)$	$\{2^2\}(0)$	$+\{1\}(1)$					
$(1:1^5)$	$\{2\}(0)$	$+\{1^2\}(1)$					
$(2:0)$	$\{21\}(1)$	$+\{21\}(0)$	$+\{0\}(21)$				
$(2:2)$	$\{4^2\}(0)$	$+\{32\}(1)$	$+\{2\}(2)$	$+\{2\}(0)$	$+\{1^2\}(21)$	$+\{1^2\}(1)$	
$(2:2^5)$	$\{4\}(0)$	$+\{31\}(1)$	$+\{2^2\}(2)$	$+\{2^2\}(0)$	$+\{1\}(21)$	$+\{1\}(1)$	
$(2:1^2)$	$\{32\}(1)$	$+\{32\}(0)$	$+\{2\}(21)$	$+\{2\}(1)$	$+\{1^2\}(2)$	$+\{1^2\}(1)$	$+\{1^2\}(0)$
$(2:1^4)$	$\{31\}(1)$	$+\{31\}(0)$	$+\{2^2\}(21)$	$+\{2^2\}(1)$	$+\{1\}(2)$	$+\{1\}(1)$	$+\{1\}(0)$
$(2:21^4)$	$\{42\}(0)$	$+\{3^2\}(1)$	$+\{3\}(1)$	$+\{21\}(21)$	$+\{21\}(2)$	$+2\{21\}(1)$	$+\{21\}(0)$
	$+\{0\}(2)$	$+\{0\}(1)$	$+\{0\}(0)$				
$(3:1)$	$\{43\}(1)$	$+\{43\}(0)$	$+\{31\}(21)$	$+\{31\}(2)$	$+2\{31\}(1)$	$+\{31\}(0)$	$+\{2^2\}(21)$
	$+\{2^2\}(2)$	$+2\{2^2\}(1)$	$+\{2^2\}(0)$	$+\{1\}(31)$	$+\{1\}(21)$	$+\{1\}(2)$	$+2\{1\}(1)$
	$+\{1\}(0)$						
$(3:1^5)$	$\{41\}(1)$	$+\{41\}(0)$	$+\{32\}(21)$	$+\{32\}(2)$	$+2\{32\}(1)$	$+\{32\}(0)$	$+\{2\}(21)$
	$+\{2\}(2)$	$+2\{2\}(1)$	$+\{2\}(0)$	$+\{1^2\}(31)$	$+\{1^2\}(21)$	$+\{1^2\}(2)$	$+2\{1^2\}(1)$
	$+\{1^2\}(0)$						
$(3:1^3)$	$\{42\}(21)$	$+2\{42\}(1)$	$+\{3^2\}(2)$	$+\{3^2\}(1)$	$+2\{3^2\}(0)$	$+\{3\}(2)$	$+\{3\}(1)$
	$+2\{3\}(0)$	$+\{21\}(31)$	$+2\{21\}(21)$	$+2\{21\}(2)$	$+3\{21\}(1)$	$+\{21\}(0)$	$+\{0\}(3)$
	$+\{0\}(21)$	$+2\{0\}(1)$					
$(3:21)$	$\{54\}(1)$	$+\{54\}(0)$	$+\{42\}(21)$	$+\{42\}(2)$	$+2\{42\}(1)$	$+\{42\}(0)$	$+\{3^2\}(21)$
	$+\{3^2\}(2)$	$+2\{3^2\}(1)$	$+\{3^2\}(0)$	$+\{3\}(31)$	$+\{3\}(21)$	$+\{3\}(2)$	$+\{3\}(1)$
	$+\{21\}(31)$	$+\{21\}(3)$	$+2\{21\}(21)$	$+3\{21\}(2)$	$+4\{21\}(1)$	$+2\{21\}(0)$	$+\{0\}(31)$
	$+\{0\}(21)$	$+\{0\}(2)$	$+\{0\}(1)$				
$(3:2^41)$	$\{51\}(1)$	$+\{51\}(0)$	$+\{42\}(21)$	$+\{42\}(2)$	$+2\{42\}(1)$	$+\{42\}(0)$	$+\{3^2\}(31)$
	$+\{3^2\}(21)$	$+\{3^2\}(2)$	$+\{3^2\}(1)$	$+\{3\}(21)$	$+\{3\}(2)$	$+2\{3\}(1)$	$+\{3\}(0)$
	$+\{21\}(31)$	$+\{21\}(3)$	$+2\{21\}(21)$	$+3\{21\}(2)$	$+4\{21\}(1)$	$+2\{21\}(0)$	$+\{0\}(31)$
	$+\{0\}(21)$	$+\{0\}(2)$	$+\{0\}(1)$				
$(3:21^3)$	$\{53\}(1)$	$+\{53\}(0)$	$+\{4^2\}(21)$	$+\{4^2\}(1)$	$+\{41\}(21)$	$+\{41\}(2)$	$+2\{41\}(1)$
	$+\{41\}(0)$	$+\{32\}(31)$	$+2\{32\}(21)$	$+3\{32\}(2)$	$+4\{32\}(1)$	$+2\{32\}(0)$	$+\{2\}(31)$
	$+\{2\}(3)$	$+2\{2\}(21)$	$+2\{2\}(2)$	$+4\{2\}(1)$	$+\{2\}(0)$	$+\{1^2\}(31)$	$+\{1^2\}(3)$
	$+2\{1^2\}(21)$	$+3\{1^2\}(2)$	$+3\{1^2\}(1)$	$+2\{1^2\}(0)$			
$(3:2^21^3)$	$\{52\}(1)$	$+\{52\}(0)$	$+\{43\}(21)$	$+\{43\}(2)$	$+2\{43\}(1)$	$+\{43\}(0)$	$+\{4\}(21)$
	$+\{4\}(1)$	$+\{31\}(31)$	$+2\{31\}(21)$	$+3\{31\}(2)$	$+4\{31\}(1)$	$+2\{31\}(0)$	$+\{2^2\}(31)$
	$+\{2^2\}(3)$	$+2\{2^2\}(21)$	$+2\{2^2\}(2)$	$+4\{2^2\}(1)$	$+\{2^2\}(0)$	$+\{1\}(31)$	$+\{1\}(3)$
	$+2\{1\}(21)$	$+3\{1\}(2)$	$+3\{1\}(1)$	$+2\{1\}(0)$			
$(3:3)$	$\{6^2\}(0)$	$+\{54\}(1)$	$+\{42\}(2)$	$+\{42\}(0)$	$+\{3^2\}(21)$	$+\{3^2\}(1)$	$+\{3\}(3)$
	$+\{3\}(1)$	$+\{21\}(31)$	$+\{21\}(21)$	$+\{21\}(2)$	$+\{21\}(1)$	$+\{0\}(2)$	$+\{0\}(0)$
$(3:3^5)$	$\{6\}(0)$	$+\{51\}(1)$	$+\{42\}(2)$	$+\{42\}(0)$	$+\{3^2\}(3)$	$+\{3^2\}(1)$	$+\{3\}(21)$
	$+\{3\}(1)$	$+\{21\}(31)$	$+\{21\}(21)$	$+\{21\}(2)$	$+\{21\}(1)$	$+\{0\}(2)$	$+\{0\}(0)$
$(3:31^4)$	$\{64\}(0)$	$+\{5^2\}(1)$	$+\{52\}(1)$	$+\{43\}(21)$	$+\{43\}(2)$	$+2\{43\}(1)$	$+\{43\}(0)$
	$+\{4\}(2)$	$+\{4\}(0)$	$+\{31\}(31)$	$+\{31\}(3)$	$+2\{31\}(21)$	$+2\{31\}(2)$	$+3\{31\}(1)$
	$+\{31\}(0)$	$+\{2^2\}(31)$	$+\{2^2\}(21)$	$+3\{2^2\}(2)$	$+2\{2^2\}(1)$	$+2\{2^2\}(0)$	$+\{1\}(31)$
	$+\{1\}(3)$	$+2\{1\}(21)$	$+2\{1\}(2)$	$+3\{1\}(1)$			

$(3:32^4)$ $\{62\}(0) + \{53\}(1) + \{5\}(1) + \{4^2\}(2) + \{4^2\}(0) + \{41\}(21) + \{41\}(2)$
$+ 2\{41\}(1) + \{41\}(0) + \{32\}(31) + \{32\}(3) + 2\{32\}(21) + 2\{32\}(2) + 3\{32\}(1)$
$+ \{32\}(0) + \{2\}(31) + \{2\}(21) + 3\{2\}(2) + 2\{2\}(1) + 2\{2\}(0) + \{1^2\}(31)$
$+ \{1^2\}(3) + 2\{1^2\}(21) + 2\{1^2\}(2) + 3\{1^2\}(1)$

$(4:0)$ $\{42\}(2) + \{42\}(1) + \{42\}(0) + \{3^2\}(21) + \{3^2\}(1) + \{3\}(21) + \{3\}(1)$
$+ \{21\}(31) + \{21\}(21) + \{21\}(2) + 2\{21\}(1) + \{21\}(0) + \{0\}(42) + \{0\}(2)$
$+ \{0\}(0)$

$(4:1^2)$ $\{53\}(21) + \{53\}(2) + 2\{53\}(1) + \{53\}(0) + \{4^2\}(2) + 2\{4^2\}(1) + \{4^2\}(0)$
$+ \{41\}(31) + 2\{41\}(21) + 2\{41\}(2) + 3\{41\}(1) + \{41\}(0) + 2\{32\}(31) + \{32\}(3)$
$+ 4\{32\}(21) + 4\{32\}(2) + 6\{32\}(1) + 3\{32\}(0) + \{2\}(42) + 2\{2\}(31) + \{2\}(3)$
$+ 2\{2\}(21) + 4\{2\}(2) + 4\{2\}(1) + 2\{2\}(0) + \{1^2\}(41) + 2\{1^2\}(31) + \{1^2\}(3)$
$+ 3\{1^2\}(21) + 3\{1^2\}(2) + 4\{1^2\}(1) + \{1^2\}(0)$

$(4:1^4)$ $\{52\}(21) + \{52\}(2) + 2\{52\}(1) + \{52\}(0) + \{43\}(31) + 2\{43\}(21) + 2\{43\}(2)$
$+ 3\{43\}(1) + \{43\}(0) + \{4\}(2) + 2\{4\}(1) + \{4\}(0) + 2\{31\}(31) + \{31\}(3)$
$+ 4\{31\}(21) + 4\{31\}(2) + 6\{31\}(1) + 3\{31\}(0) + \{2^2\}(42) + 2\{2^2\}(31) + \{2^2\}(3)$
$+ 2\{2^2\}(21) + 4\{2^2\}(2) + 4\{2^2\}(1) + 2\{2^2\}(0) + \{1\}(41) + 2\{1\}(31) + \{1\}(3)$
$+ 3\{1\}(21) + 3\{1\}(2) + 4\{1\}(1) + \{1\}(0)$

$(4:2)$ $\{65\}(1) + \{65\}(0) + \{53\}(21) + \{53\}(2) + 2\{53\}(1) + \{53\}(0) + \{4^2\}(21)$
$+ \{4^2\}(2) + 2\{4^2\}(1) + \{4^2\}(0) + \{41\}(31) + \{41\}(3) + \{41\}(21) + 2\{41\}(2)$
$+ 2\{41\}(1) + \{41\}(0) + 2\{32\}(31) + \{32\}(3) + 3\{32\}(21) + 4\{32\}(2) + 5\{32\}(1)$
$+ 2\{32\}(0) + \{2\}(41) + 2\{2\}(31) + \{2\}(3) + 3\{2\}(21) + 3\{2\}(2) + 3\{2\}(1)$
$+ \{2\}(0) + \{1^2\}(42) + 2\{1^2\}(31) + \{1^2\}(3) + 2\{1^2\}(21) + 3\{1^2\}(2) + 3\{1^2\}(1)$
$+ \{1^2\}(0)$

$(4:2^5)$ $\{61\}(1) + \{61\}(0) + \{52\}(21) + \{52\}(2) + 2\{52\}(1) + \{52\}(0) + \{43\}(31)$
$+ \{43\}(3) + \{43\}(21) + 2\{43\}(2) + 2\{43\}(1) + \{43\}(0) + \{4\}(21) + \{4\}(2)$
$+ 2\{4\}(1) + \{4\}(0) + 2\{31\}(31) + \{31\}(3) + 3\{31\}(21) + 4\{31\}(2) + 5\{31\}(1)$
$+ 2\{31\}(0) + \{2^2\}(41) + 2\{2^2\}(31) + \{2^2\}(3) + 3\{2^2\}(21) + 3\{2^2\}(2) + 3\{2^2\}(1)$
$+ \{2^2\}(0) + \{1\}(42) + 2\{1\}(31) + \{1\}(3) + 2\{1\}(21) + 3\{1\}(2) + 3\{1\}(1)$
$+ \{1\}(0)$

$(4:21^2)$ $\{64\}(21) + 2\{64\}(1) + \{5^2\}(2) + \{5^2\}(1) + 2\{5^2\}(0) + \{52\}(31) + 2\{52\}(21)$
$+ 3\{52\}(2) + 3\{52\}(1) + 2\{52\}(0) + 2\{43\}(31) + \{43\}(3) + 4\{43\}(21) + 5\{43\}(2)$
$+ 7\{43\}(1) + 3\{43\}(0) + \{4\}(31) + \{4\}(3) + 2\{4\}(21) + \{4\}(2) + 3\{4\}(1)$
$+ \{31\}(42) + \{31\}(41) + 5\{31\}(31) + 3\{31\}(3) + 6\{31\}(21) + 9\{31\}(2) + 9\{31\}(1)$
$+ 4\{31\}(0) + \{2^2\}(41) + 4\{2^2\}(31) + 3\{2^2\}(3) + 6\{2^2\}(21) + 5\{2^2\}(2) + 8\{2^2\}(1)$
$+ \{2^2\}(0) + \{1\}(42) + \{1\}(41) + \{1\}(4) + 4\{1\}(31) + 2\{1\}(3) + 4\{1\}(21)$
$+ 7\{1\}(2) + 5\{1\}(1) + 3\{1\}(0)$

$(4:2^31^2)$ $\{62\}(21) + 2\{62\}(1) + \{53\}(31) + 2\{53\}(21) + 3\{53\}(2) + 3\{53\}(1) + 2\{53\}(0)$
$+ \{5\}(2) + \{5\}(1) + 2\{5\}(0) + \{4^2\}(31) + \{4^2\}(3) + 2\{4^2\}(21) + \{4^2\}(2)$
$+ 3\{4^2\}(1) + 2\{41\}(31) + \{41\}(3) + 4\{41\}(21) + 5\{41\}(2) + 7\{41\}(1) + 3\{41\}(0)$
$+ \{32\}(42) + \{32\}(41) + 5\{32\}(31) + 3\{32\}(3) + 6\{32\}(21) + 9\{32\}(2) + 9\{32\}(1)$
$+ 4\{32\}(0) + \{2\}(41) + 4\{2\}(31) + 3\{2\}(3) + 6\{2\}(21) + 5\{2\}(2) + 8\{2\}(1)$
$+ \{2\}(0) + \{1^2\}(42) + \{1^2\}(41) + \{1^2\}(4) + 4\{1^2\}(31) + 2\{1^2\}(3) + 4\{1^2\}(21)$
$+ 7\{1^2\}(2) + 5\{1^2\}(1) + 3\{1^2\}(0)$

$(4:21^4)$ $\{63\}(1) + \{63\}(0) + \{54\}(21) + \{54\}(2) + 2\{54\}(1) + \{54\}(0) + \{51\}(21)$
$+ \{51\}(2) + 2\{51\}(1) + \{51\}(0) + 2\{42\}(31) + \{42\}(3) + 4\{42\}(21) + 5\{42\}(2)$
$+ 7\{42\}(1) + 3\{42\}(0) + 2\{3^2\}(31) + \{3^2\}(3) + 3\{3^2\}(21) + 4\{3^2\}(2) + 5\{3^2\}(1)$
$+ 2\{3^2\}(0) + 2\{3\}(31) + \{3\}(3) + 3\{3\}(21) + 4\{3\}(2) + 5\{3\}(1) + 2\{3\}(0)$
$+ \{21\}(42) + \{21\}(41) + 5\{21\}(31) + 3\{21\}(3) + 7\{21\}(21) + 9\{21\}(2) + 10\{21\}(1)$
$+ 4\{21\}(0) + \{0\}(41) + 2\{0\}(31) + \{0\}(3) + 2\{0\}(21) + 3\{0\}(2) + 3\{0\}(1)$
$+ \{0\}(0)$

$(4:2^2)$ $\{64\}(2) + \{64\}(1) + \{64\}(0) + \{5^2\}(21) + \{5^2\}(1) + \{52\}(31) + 2\{52\}(21)$
$+ \{52\}(2) + 2\{52\}(1) + \{43\}(31) + \{43\}(3) + 2\{43\}(21) + 3\{43\}(2) + 4\{43\}(1)$
$+ 2\{43\}(0) + \{4\}(42) + \{4\}(31) + 2\{4\}(2) + \{4\}(0) + \{31\}(41) + 3\{31\}(31)$
$+ 2\{31\}(3) + 4\{31\}(21) + 4\{31\}(2) + 5\{31\}(1) + \{31\}(0) + \{2^2\}(42) + \{2^2\}(4)$
$+ 2\{2^2\}(31) + \{2^2\}(3) + \{2^2\}(21) + 5\{2^2\}(2) + 3\{2^2\}(1) + 3\{2^2\}(0) + \{1\}(41)$
$+ 2\{1\}(31) + 2\{1\}(3) + 3\{1\}(21) + 2\{1\}(2) + 3\{1\}(1)$

$(4:2^4)$ $\{62\}(2) + \{62\}(1) + \{62\}(0) + \{53\}(31) + 2\{53\}(21) + \{53\}(2) + 2\{53\}(1)$
$+ \{5\}(21) + \{5\}(1) + \{4^2\}(42) + \{4^2\}(31) + 2\{4^2\}(2) + \{4^2\}(0) + \{41\}(31)$
$+ \{41\}(3) + 2\{41\}(21) + 3\{41\}(2) + 4\{41\}(1) + 2\{41\}(0) + \{32\}(41) + 3\{32\}(31)$
$+ 2\{32\}(3) + 4\{32\}(21) + 4\{32\}(2) + 5\{32\}(1) + \{32\}(0) + \{2\}(42) + \{2\}(4)$
$+ 2\{2\}(31) + \{2\}(3) + \{2\}(21) + 5\{2\}(2) + 3\{2\}(1) + 3\{2\}(0) + \{1^2\}(41)$
$+ 2\{1^2\}(31) + 2\{1^2\}(3) + 3\{1^2\}(21) + 2\{1^2\}(2) + 3\{1^2\}(1)$

$(4:2^21^2)$ $\{63\}(21) + \{63\}(2) + 2\{63\}(1) + \{63\}(0) + \{54\}(31) + 2\{54\}(21) + 2\{54\}(2)$
$+ 3\{54\}(1) + \{54\}(0) + \{51\}(31) + 2\{51\}(21) + 2\{51\}(2) + 3\{51\}(1) + \{51\}(0)$
$+ \{42\}(42) + 4\{42\}(31) + 2\{42\}(3) + 5\{42\}(21) + 8\{42\}(2) + 9\{42\}(1) + 4\{42\}(0)$
$+ \{3^2\}(41) + 3\{3^2\}(31) + 2\{3^2\}(3) + 5\{3^2\}(21) + 5\{3^2\}(2) + 6\{3^2\}(1) + 2\{3^2\}(0)$
$+ \{3\}(41) + 3\{3\}(31) + 2\{3\}(3) + 5\{3\}(21) + 5\{3\}(2) + 6\{3\}(1) + 2\{3\}(0)$
$+ \{21\}(42) + 2\{21\}(41) + \{21\}(4) + 7\{21\}(31) + 5\{21\}(3) + 8\{21\}(21) + 11\{21\}(2)$
$+ 11\{21\}(1) + 4\{21\}(0) + \{0\}(42) + \{0\}(4) + 2\{0\}(31) + 2\{0\}(3) + \{0\}(21)$
$+ 4\{0\}(2) + 3\{0\}(1) + 2\{0\}(0)$

$(4:31)$ $\{76\}(1) + \{76\}(0) + \{64\}(21) + \{64\}(2) + 2\{64\}(1) + \{64\}(0) + \{5^2\}(21)$
$+ \{5^2\}(2) + 2\{5^2\}(1) + \{5^2\}(0) + \{52\}(31) + \{52\}(3) + \{52\}(21) + 2\{52\}(2)$
$+ 2\{52\}(1) + \{52\}(0) + 2\{43\}(31) + \{43\}(3) + 3\{43\}(21) + 4\{43\}(2) + 5\{43\}(1)$
$+ 2\{43\}(0) + \{4\}(41) + \{4\}(31) + \{4\}(3) + \{4\}(21) + \{4\}(2) + \{4\}(1)$
$+ \{31\}(42) + \{31\}(41) + \{31\}(4) + 4\{31\}(31) + 3\{31\}(3) + 4\{31\}(21) + 6\{31\}(2)$
$+ 5\{31\}(1) + 2\{31\}(0) + \{2^2\}(41) + 3\{2^2\}(31) + 2\{2^2\}(3) + 4\{2^2\}(21) + 4\{2^2\}(2)$
$+ 4\{2^2\}(1) + \{2^2\}(0) + \{1\}(42) + \{1\}(41) + 3\{1\}(31) + 2\{1\}(3) + 2\{1\}(21)$
$+ 4\{1\}(2) + 3\{1\}(1) + \{1\}(0)$

$(4:3^42)$ $\{71\}(1) + \{71\}(0) + \{62\}(21) + \{62\}(2) + 2\{62\}(1) + \{62\}(0) + \{53\}(31)$
$+ \{53\}(3) + \{53\}(21) + 2\{53\}(2) + 2\{53\}(1) + \{53\}(0) + \{5\}(21) + \{5\}(2)$
$+ 2\{5\}(1) + \{5\}(0) + \{4^2\}(41) + \{4^2\}(31) + \{4^2\}(3) + \{4^2\}(21) + \{4^2\}(2)$
$+ \{4^2\}(1) + 2\{41\}(31) + \{41\}(3) + 3\{41\}(21) + 4\{41\}(2) + 5\{41\}(1) + 2\{41\}(0)$
$+ \{32\}(42) + \{32\}(41) + \{32\}(4) + 4\{32\}(31) + 3\{32\}(3) + 4\{32\}(21) + 6\{32\}(2)$
$+ 5\{32\}(1) + 2\{32\}(0) + \{2\}(41) + 3\{2\}(31) + 2\{2\}(3) + 4\{2\}(21) + 4\{2\}(2)$
$+ 4\{2\}(1) + \{2\}(0) + \{1^2\}(42) + \{1^2\}(41) + 3\{1^2\}(31) + 2\{1^2\}(3) + 2\{1^2\}(21)$
$+ 4\{1^2\}(2) + 3\{1^2\}(1) + \{1^2\}(0)$

$(4:31^3)$ $\{75\}(1) + \{75\}(0) + \{6^2\}(21) + \{6^2\}(1) + \{63\}(21) + \{63\}(2) + 2\{63\}(1)$
$+ \{63\}(0) + \{54\}(31) + 2\{54\}(21) + 3\{54\}(2) + 4\{54\}(1) + 2\{54\}(0) + \{51\}(31)$
$+ \{51\}(3) + \{51\}(21) + 2\{51\}(2) + 2\{51\}(1) + \{51\}(0) + \{42\}(41) + 4\{42\}(31)$
$+ 3\{42\}(3) + 6\{42\}(21) + 6\{42\}(2) + 8\{42\}(1) + 2\{42\}(0) + \{3^2\}(42) + 3\{3^2\}(31)$
$+ 2\{3^2\}(3) + 3\{3^2\}(21) + 6\{3^2\}(2) + 5\{3^2\}(1) + 3\{3^2\}(0) + \{3\}(42) + \{3\}(41)$
$+ \{3\}(4) + 3\{3\}(31) + 2\{3\}(3) + 3\{3\}(21) + 6\{3\}(2) + 4\{3\}(1) + 2\{3\}(0)$
$+ \{21\}(42) + 2\{21\}(41) + \{21\}(4) + 7\{21\}(31) + 5\{21\}(3) + 7\{21\}(21) + 10\{21\}(2)$
$+ 9\{21\}(1) + 3\{21\}(0) + \{0\}(41) + 2\{0\}(31) + 2\{0\}(3) + 3\{0\}(21) + 2\{0\}(2)$
$+ 3\{0\}(1)$

$(4:3^2 2^3)$	$\{72\}(1)$	$+\{72\}(0)$	$+\{63\}(21)$	$+\{63\}(2)$	$+2\{63\}(1)$	$+\{63\}(0)$	$+\{6\}(21)$
	$+\{6\}(1)$	$+\{54\}(31)$	$+\{54\}(3)$	$+\{54\}(21)$	$+2\{54\}(2)$	$+2\{54\}(1)$	$+\{54\}(0)$
	$+\{51\}(31)$	$+2\{51\}(21)$	$+3\{51\}(2)$	$+4\{51\}(1)$	$+2\{51\}(0)$	$+\{42\}(41)$	$+4\{42\}(31)$
	$+3\{42\}(3)$	$+6\{42\}(21)$	$+6\{42\}(2)$	$+8\{42\}(1)$	$+2\{42\}(0)$	$+\{3^2\}(42)$	$+\{3^2\}(41)$
	$+\{3^2\}(4)$	$+3\{3^2\}(31)$	$+2\{3^2\}(3)$	$+3\{3^2\}(21)$	$+6\{3^2\}(2)$	$+4\{3^2\}(1)$	$+2\{3^2\}(0)$
	$+\{3\}(42)$	$+3\{3\}(31)$	$+2\{3\}(3)$	$+3\{3\}(21)$	$+6\{3\}(2)$	$+5\{3\}(1)$	$+3\{3\}(0)$
	$+\{21\}(42)$	$+2\{21\}(41)$	$+\{21\}(4)$	$+7\{21\}(31)$	$+5\{21\}(3)$	$+7\{21\}(21)$	$+10\{21\}(2)$
	$+9\{21\}(1)$	$+3\{21\}(0)$	$+\{0\}(41)$	$+2\{0\}(31)$	$+2\{0\}(3)$	$+3\{0\}(21)$	$+2\{0\}(2)$
	$+3\{0\}(1)$						
$(4:321^3)$	$\{74\}(1)$	$+\{74\}(0)$	$+\{65\}(21)$	$+\{65\}(2)$	$+2\{65\}(1)$	$+\{65\}(0)$	$+\{62\}(21)$
	$+\{62\}(2)$	$+2\{62\}(1)$	$+\{62\}(0)$	$+2\{53\}(31)$	$+\{53\}(3)$	$+4\{53\}(21)$	$+5\{53\}(2)$
	$+7\{53\}(1)$	$+3\{53\}(0)$	$+\{5\}(31)$	$+\{5\}(21)$	$+\{5\}(2)$	$+\{5\}(1)$	$+2\{4^2\}(31)$
	$+\{4^2\}(3)$	$+3\{4^2\}(21)$	$+4\{4^2\}(2)$	$+5\{4^2\}(1)$	$+2\{4^2\}(0)$	$+\{41\}(42)$	$+\{41\}(41)$
	$+5\{41\}(31)$	$+3\{41\}(3)$	$+6\{41\}(21)$	$+8\{41\}(2)$	$+8\{41\}(1)$	$+3\{41\}(0)$	$+\{32\}(42)$
	$+2\{32\}(41)$	$+\{32\}(4)$	$+8\{32\}(31)$	$+6\{32\}(3)$	$+10\{32\}(21)$	$+14\{32\}(2)$	$+14\{32\}(1)$
	$+5\{32\}(0)$	$+\{2\}(42)$	$+2\{2\}(41)$	$+\{2\}(4)$	$+7\{2\}(31)$	$+5\{2\}(3)$	$+7\{2\}(21)$
	$+10\{2\}(2)$	$+9\{2\}(1)$	$+3\{2\}(0)$	$+\{1^2\}(42)$	$+2\{1^2\}(41)$	$+\{1^2\}(4)$	$+6\{1^2\}(31)$
	$+5\{1^2\}(3)$	$+6\{1^2\}(21)$	$+9\{1^2\}(2)$	$+8\{1^2\}(1)$	$+3\{1^2\}(0)$		
$(4:32^3 1)$	$\{73\}(1)$	$+\{73\}(0)$	$+\{64\}(21)$	$+\{64\}(2)$	$+2\{64\}(1)$	$+\{64\}(0)$	$+\{61\}(21)$
	$+\{61\}(2)$	$+2\{61\}(1)$	$+\{61\}(0)$	$+\{5^2\}(31)$	$+\{5^2\}(21)$	$+\{5^2\}(2)$	$+\{5^2\}(1)$
	$+2\{52\}(31)$	$+\{52\}(3)$	$+4\{52\}(21)$	$+5\{52\}(2)$	$+7\{52\}(1)$	$+3\{52\}(0)$	$+\{43\}(42)$
	$+\{43\}(41)$	$+5\{43\}(31)$	$+3\{43\}(3)$	$+6\{43\}(21)$	$+8\{43\}(2)$	$+8\{43\}(1)$	$+3\{43\}(0)$
	$+2\{4\}(31)$	$+\{4\}(3)$	$+3\{4\}(21)$	$+4\{4\}(2)$	$+5\{4\}(1)$	$+2\{4\}(0)$	$+\{31\}(42)$
	$+2\{31\}(41)$	$+\{31\}(4)$	$+8\{31\}(31)$	$+6\{31\}(3)$	$+10\{31\}(21)$	$+14\{31\}(2)$	$+14\{31\}(1)$
	$+5\{31\}(0)$	$+\{2^2\}(42)$	$+2\{2^2\}(41)$	$+\{2^2\}(4)$	$+7\{2^2\}(31)$	$+5\{2^2\}(3)$	$+7\{2^2\}(21)$
	$+10\{2^2\}(2)$	$+9\{2^2\}(1)$	$+3\{2^2\}(0)$	$+\{1\}(42)$	$+2\{1\}(41)$	$+\{1\}(4)$	$+6\{1\}(31)$
	$+5\{1\}(3)$	$+6\{1\}(21)$	$+9\{1\}(2)$	$+8\{1\}(1)$	$+3\{1\}(0)$		
$(4:4)$	$\{8^2\}(0)$	$+\{76\}(1)$	$+\{64\}(2)$	$+\{64\}(0)$	$+\{5^2\}(21)$	$+\{5^2\}(1)$	$+\{52\}(3)$
	$+\{52\}(1)$	$+\{43\}(31)$	$+\{43\}(21)$	$+\{43\}(2)$	$+\{43\}(1)$	$+\{4\}(4)$	$+\{4\}(2)$
	$+\{4\}(0)$	$+\{31\}(41)$	$+\{31\}(31)$	$+\{31\}(3)$	$+\{31\}(21)$	$+\{31\}(2)$	$+\{31\}(1)$
	$+\{2^2\}(42)$	$+\{2^2\}(31)$	$+2\{2^2\}(2)$	$+\{2^2\}(0)$	$+\{1\}(31)$	$+\{1\}(3)$	$+\{1\}(21)$
	$+\{1\}(1)$						
$(4:4^5)$	$\{8\}(0)$	$+\{71\}(1)$	$+\{62\}(2)$	$+\{62\}(0)$	$+\{53\}(3)$	$+\{53\}(1)$	$+\{5\}(21)$
	$+\{5\}(1)$	$+\{4^2\}(4)$	$+\{4^2\}(2)$	$+\{4^2\}(0)$	$+\{41\}(31)$	$+\{41\}(21)$	$+\{41\}(2)$
	$+\{41\}(1)$	$+\{32\}(41)$	$+\{32\}(31)$	$+\{32\}(3)$	$+\{32\}(21)$	$+\{32\}(2)$	$+\{32\}(1)$
	$+\{2\}(42)$	$+\{2\}(31)$	$+2\{2\}(2)$	$+\{2\}(0)$	$+\{1^2\}(31)$	$+\{1^2\}(3)$	$+\{1^2\}(21)$
	$+\{1^2\}(1)$						
$(4:41^4)$	$\{86\}(0)$	$+\{7^2\}(1)$	$+\{74\}(1)$	$+\{65\}(21)$	$+\{65\}(2)$	$+2\{65\}(1)$	$+\{65\}(0)$
	$+\{62\}(2)$	$+\{62\}(0)$	$+\{53\}(31)$	$+\{53\}(3)$	$+2\{53\}(21)$	$+2\{53\}(2)$	$+3\{53\}(1)$
	$+\{53\}(0)$	$+\{5\}(3)$	$+\{5\}(1)$	$+\{4^2\}(31)$	$+\{4^2\}(21)$	$+3\{4^2\}(2)$	$+2\{4^2\}(1)$
	$+2\{4^2\}(0)$	$+\{41\}(41)$	$+\{41\}(4)$	$+2\{41\}(31)$	$+2\{41\}(3)$	$+2\{41\}(21)$	$+3\{41\}(2)$
	$+3\{41\}(1)$	$+\{41\}(0)$	$+\{32\}(42)$	$+\{32\}(41)$	$+4\{32\}(31)$	$+3\{32\}(3)$	$+4\{32\}(21)$
	$+5\{32\}(2)$	$+5\{32\}(1)$	$+\{32\}(0)$	$+\{2\}(42)$	$+\{2\}(41)$	$+\{2\}(4)$	$+3\{2\}(31)$
	$+2\{2\}(3)$	$+2\{2\}(21)$	$+5\{2\}(2)$	$+2\{2\}(1)$	$+2\{2\}(0)$	$+\{1^2\}(41)$	$+3\{1^2\}(31)$
	$+2\{1^2\}(3)$	$+3\{1^2\}(21)$	$+3\{1^2\}(2)$	$+3\{1^2\}(1)$			
$(4:43^4)$	$\{86\}(0)$	$+\{7^2\}(1)$	$+\{74\}(1)$	$+\{65\}(21)$	$+\{65\}(2)$	$+2\{65\}(1)$	$+\{65\}(0)$
	$+\{62\}(2)$	$+\{62\}(0)$	$+\{53\}(31)$	$+\{53\}(3)$	$+2\{53\}(21)$	$+2\{53\}(2)$	$+3\{53\}(1)$
	$+\{53\}(0)$	$+\{5\}(3)$	$+\{5\}(1)$	$+\{4^2\}(31)$	$+\{4^2\}(21)$	$+3\{4^2\}(2)$	$+2\{4^2\}(1)$
	$+2\{4^2\}(0)$	$+\{41\}(41)$	$+\{41\}(4)$	$+2\{41\}(31)$	$+2\{41\}(3)$	$+2\{41\}(21)$	$+3\{41\}(2)$
	$+3\{41\}(1)$	$+\{41\}(0)$	$+\{32\}(42)$	$+\{32\}(41)$	$+4\{32\}(31)$	$+3\{32\}(3)$	$+4\{32\}(21)$
	$+5\{32\}(2)$	$+5\{32\}(1)$	$+\{32\}(0)$	$+\{2\}(42)$	$+\{2\}(41)$	$+\{2\}(4)$	$+3\{2\}(31)$
	$+2\{2\}(3)$	$+2\{2\}(21)$	$+5\{2\}(2)$	$+2\{2\}(1)$	$+2\{2\}(0)$	$+\{1^2\}(41)$	$+3\{1^2\}(31)$
	$+2\{1^2\}(3)$	$+3\{1^2\}(21)$	$+3\{1^2\}(2)$	$+3\{1^2\}(1)$			

$(4:42^4)$	$\{84\}(0)$	$+\{75\}(1)$	$+\{72\}(1)$	$+\{6^2\}(2)$	$+\{6^2\}(0)$	$+\{63\}(21)$	$+\{63\}(2)$
	$+2\{63\}(1)$	$+\{63\}(0)$	$+\{6\}(2)$	$+\{6\}(0)$	$+\{54\}(31)$	$+\{54\}(3)$	$+2\{54\}(21)$
	$+2\{54\}(2)$	$+3\{54\}(1)$	$+\{54\}(0)$	$+\{51\}(31)$	$+\{51\}(3)$	$+2\{51\}(21)$	$+2\{51\}(2)$
	$+3\{51\}(1)$	$+\{51\}(0)$	$+\{42\}(42)$	$+\{42\}(41)$	$+\{42\}(4)$	$+4\{42\}(31)$	$+2\{42\}(3)$
	$+3\{42\}(21)$	$+8\{42\}(2)$	$+5\{42\}(1)$	$+4\{42\}(0)$	$+\{3^2\}(41)$	$+3\{3^2\}(31)$	$+3\{3^2\}(3)$
	$+4\{3^2\}(21)$	$+3\{3^2\}(2)$	$+5\{3^2\}(1)$	$+\{3\}(41)$	$+3\{3\}(31)$	$+3\{3\}(3)$	$+4\{3\}(21)$
	$+3\{3\}(2)$	$+5\{3\}(1)$	$+\{21\}(42)$	$+2\{21\}(41)$	$+\{21\}(4)$	$+6\{21\}(31)$	$+5\{21\}(3)$
	$+6\{21\}(21)$	$+9\{21\}(2)$	$+7\{21\}(1)$	$+2\{21\}(0)$	$+\{0\}(42)$	$+\{0\}(4)$	$+2\{0\}(31)$
	$+\{0\}(3)$	$+\{0\}(21)$	$+4\{0\}(2)$	$+\{0\}(1)$	$+2\{0\}(0)$		
$(5:1^3)$	$\{63\}(31)$	$+2\{63\}(21)$	$+2\{63\}(2)$	$+2\{63\}(1)$	$+\{54\}(31)$	$+\{54\}(3)$	$+2\{54\}(21)$
	$+3\{54\}(2)$	$+4\{54\}(1)$	$+2\{54\}(0)$	$+\{51\}(31)$	$+\{51\}(3)$	$+2\{51\}(21)$	$+3\{51\}(2)$
	$+4\{51\}(1)$	$+2\{51\}(0)$	$+\{42\}(42)$	$+\{42\}(41)$	$+6\{42\}(31)$	$+3\{42\}(3)$	$+7\{42\}(21)$
	$+9\{42\}(2)$	$+10\{42\}(1)$	$+4\{42\}(0)$	$+\{3^2\}(42)$	$+\{3^2\}(41)$	$+4\{3^2\}(31)$	$+2\{3^2\}(3)$
	$+5\{3^2\}(21)$	$+6\{3^2\}(2)$	$+6\{3^2\}(1)$	$+2\{3^2\}(0)$	$+\{3\}(42)$	$+\{3\}(41)$	$+4\{3\}(31)$
	$+2\{3\}(3)$	$+5\{3\}(21)$	$+6\{3\}(2)$	$+6\{3\}(1)$	$+2\{3\}(0)$	$+\{21\}(52)$	$+2\{21\}(42)$
	$+3\{21\}(41)$	$+\{21\}(4)$	$+8\{21\}(31)$	$+5\{21\}(3)$	$+8\{21\}(21)$	$+11\{21\}(2)$	$+11\{21\}(1)$
	$+4\{21\}(0)$	$+\{0\}(51)$	$+\{0\}(42)$	$+\{0\}(41)$	$+3\{0\}(31)$	$+\{0\}(3)$	$+3\{0\}(21)$
	$+3\{0\}(2)$	$+2\{0\}(1)$					
$(6:0)$	$\{63\}(3)$	$+\{63\}(2)$	$+\{63\}(1)$	$+\{63\}(0)$	$+\{54\}(31)$	$+\{54\}(21)$	$+\{54\}(2)$
	$+\{54\}(1)$	$+\{51\}(31)$	$+\{51\}(21)$	$+\{51\}(2)$	$+\{51\}(1)$	$+\{42\}(41)$	$+2\{42\}(31)$
	$+\{42\}(3)$	$+3\{42\}(21)$	$+3\{42\}(2)$	$+3\{42\}(1)$	$+\{42\}(0)$	$+\{3^2\}(42)$	$+\{3^2\}(31)$
	$+\{3^2\}(3)$	$+\{3^2\}(21)$	$+2\{3^2\}(2)$	$+2\{3^2\}(1)$	$+\{3^2\}(0)$	$+\{3\}(42)$	$+\{3\}(31)$
	$+\{3\}(3)$	$+\{3\}(21)$	$+2\{3\}(2)$	$+2\{3\}(1)$	$+\{3\}(0)$	$+\{21\}(52)$	$+\{21\}(42)$
	$+\{21\}(41)$	$+3\{21\}(31)$	$+\{21\}(3)$	$+2\{21\}(21)$	$+3\{21\}(2)$	$+3\{21\}(1)$	$+\{21\}(0)$
	$+\{0\}(63)$	$+\{0\}(41)$	$+\{0\}(3)$	$+\{0\}(21)$	$+\{0\}(1)$	$+\{0\}(0)$	

Some simple branching rules involving the exceptional Lie groups

$$E_6 \to U_1 \times SO_{10}$$

$$(n:0) \to \sum_{(a,b,c)} \{2a-b-4c\} \times [\frac{2a+b}{2}, \frac{b}{2}, \frac{b}{2}, \frac{b}{2}, \frac{b}{2}] \quad (a+b+c=n) \tag{1}$$

$$(2n:0) \to \{3(a-d)\} \times [\frac{a+2b+d}{2}, \frac{a+2b+d}{2}, \frac{a+d}{2}, \frac{a+d}{2}, \frac{a-d}{2}] \quad (a+b+c+d=n) \tag{2}$$

$$E_6 \to F_4$$

$$(n:n) \to (n) + (n-1) + \ldots + (0)$$

$$= (n/M) \tag{3}$$

$$(2n:0) \to (n,n) + (n,n-1) + \ldots + (n)$$

$$= (n, n/M) \tag{4}$$

$$F_4 \to SO_9$$

$$(n) \to \sum_{(a,b,c)} [\frac{2a+b}{2}, \frac{b}{2}, \frac{b}{2}, \frac{b}{2}] \quad (a+b+c=n) \tag{5}$$

$$(n,n) \to \sum_{(a,b)} [\frac{2a+b}{2}, \frac{2a+b}{2}, \frac{b}{2}, \frac{b}{2}] \quad (a+b=2n) \tag{6}$$

$$SO_7 \to G_2$$

$$[n] \to (n) \tag{7}$$

$$[nn] \to \sum_{m=0}^{n} (2n/m, n/m) \tag{8}$$

$$[nnn] \to (2n/M) \tag{9}$$

$$G_2 \to SU_3$$

$$(n) \to \sum_{m=0}^{n} \sum_{k=0}^{m} \{m,k\} \tag{10}$$

$$(2n,n) \to \sum_{m=0}^{n} \sum_{k=0}^{m} \{2n-m, n-k\} \tag{11}$$